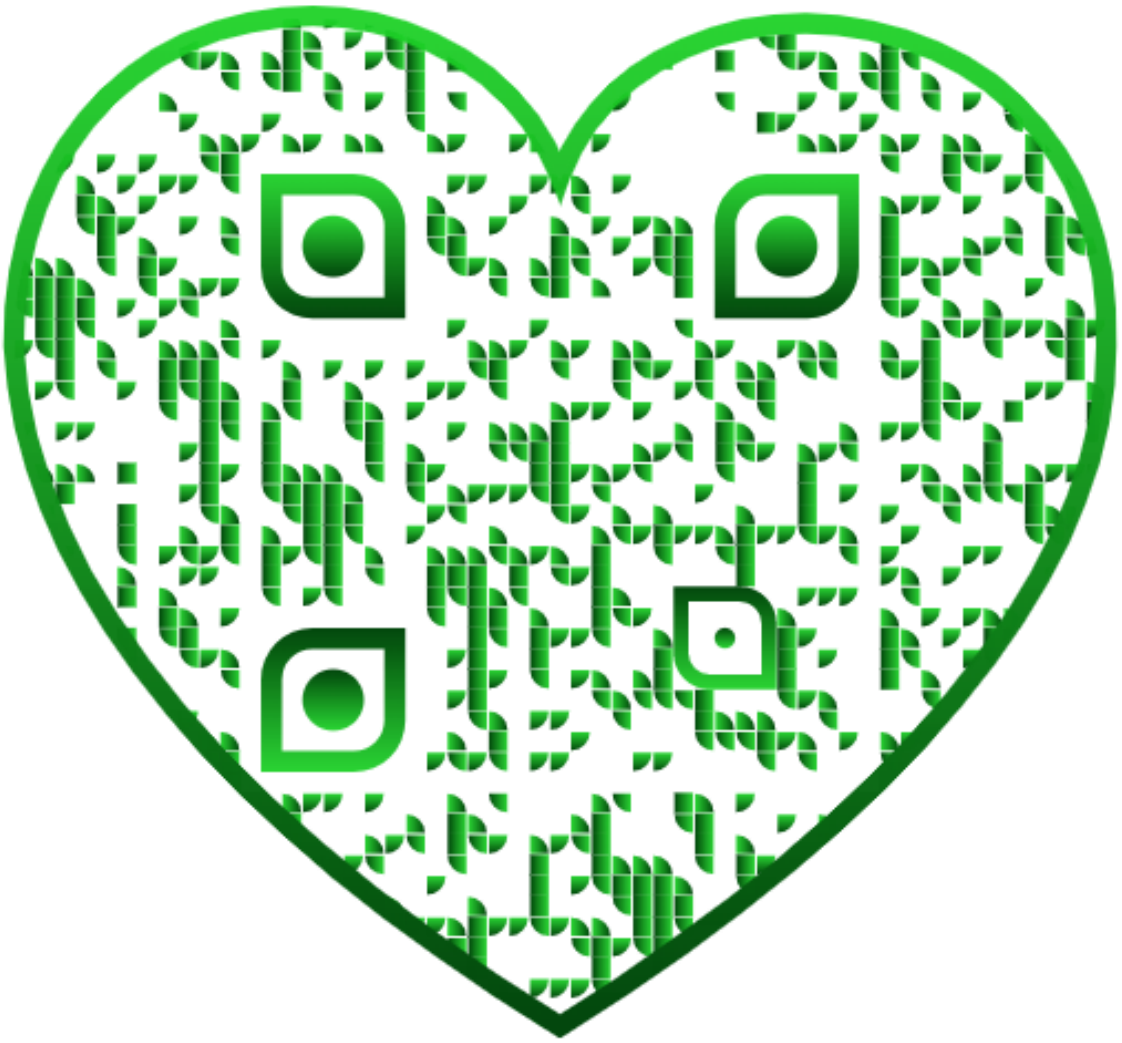
Stephen Hawking
Roger Penrose

La nature de l'espace et du temps

folio essais



COLLECTION
FOLIO ESSAIS

Stephen Hawking
Roger Penrose

La nature de l'espace et du temps

Traduit de l'anglais
par Françoise Balibar

Présentation
par Marc Lachièze-Rey

Gallimard

L'édition française comporte une Présentation par Marc Lachièze-Rey, un glossaire établi par Françoise Balibar, un index des noms et des notions.

Titre original :

THE NATURE OF SPACE AND TIME

© *Princeton University Press, 1996.*
© *Éditions Gallimard, 1997, pour la traduction française et la présentation.*

Stephen Hawking est Lucasian Professor de mathématiques à l'Université de Cambridge.

Roger Penrose est Rouse Ball Professor de mathématiques à l'Université d'Oxford.

PRÉSENTATION

Il n'est plus besoin de présenter Stephen Hawking, dont les travaux sur les trous noirs, l'espace et le temps, ont bénéficié d'un impressionnant retentissement médiatique. Sans doute plus discrètes, les contributions de Roger Penrose sur les mêmes sujets ne sont pas moins fondamentales. Ces deux chercheurs s'intéressent aux questions parmi les plus excitantes de la physique actuelle.

Il s'agit d'en explorer les limites, en particulier aux points d'opposition et de rencontre entre les deux théories fondamentales de notre xx^e^ siècle : relativité(s) et physique quantique. Ces deux théories se bousculent sans se fondre harmonieusement, notamment à propos de divers problèmes concernant l'espace et le temps. Or l'espace et le temps constituent le cadre commun à toute démarche physique ; que l'on expérimente ou que l'on conceptualise, ils apparaissent toujours nécessaires à la présence des objets, au déroulement des phénomènes.

Or c'est par l'espace et par le temps que les scandales arrivent : c'est par rapport à eux que se manifestent les insuffisances, voire aux yeux de certains les monstruosités, des deux théories. En particulier les divers types de divergences vers l'infini, ou de singularités, que l'on y rencontre, et qui font en grande partie l'objet de cet ouvrage.

Ce dernier est donc sous-tendu par la question des rapports entre les deux grands courants de la physique contemporaine, relativiste et quantique. Chacun offre une vision extrêmement pertinente dans son domaine d'application, mais soulève aussi des questions brûlantes par rapport à l'espace et au temps.

Les différences entre les deux théories sont fondamentales. Hawking souligne, par exemple, l'originalité essentielle de la relativité générale, qui « façonne elle-même la scène sur laquelle elle se joue ». Il distingue deux modes selon lesquels la gravité se différencie des autres interactions : d'une part, il existe une entropie intrinsèque de nature spécifiquement gravitationnelle ; d'autre part, la gravité permet d'envisager la possibilité d'un commencement du temps. Ces deux thèmes constituent une bonne partie de sa contribution à cet ouvrage.

Les tentatives de rapprocher, sinon dew fondre, relativité et physique quantique se heurtent à une résistance que nul ne sait vaincre aujourd'hui. Les difficultés déjà présentes au sein de chaque vision semblent alors exacerbées. On ne peut, par exemple, synthétiser deux conceptions antagonistes de l'espace et du temps : la relativité générale considère ces derniers comme malléables, dynamiques, relatifs..., alors que la physique quantique, dans ses versions originales en tout cas, s'applique au contraire dans un cadre spatio-temporel rigide et préétabli, indéformable. Cette différence constitutive engendre une grande part des incompatibilités entre les deux théories.

Au-delà du plan purement conceptuel, la plupart des difficultés se manifestent à propos de situations où il semble nécessaire de faire appel aux deux théories simultanément. Il s'agit essentiellement des trous noirs et de la cosmologie primordiale, des singularités pourrait-on dire d'une manière plus générale, dont l'étude constitue la matière de ce livre.

Le but de Hawking comme de Penrose et de très nombreux physiciens serait de construire une théorie rendant compte à la fois des effets gravitationnels, décrits par la relativité générale, et des effets décrits par la physique quantique. Que l'on réussisse un jour à rapprocher, voire synthétiser les deux visions, et leurs problèmes pourraient disparaître. C'est en tout cas un des espoirs qui motivent les travaux de ceux qui recherchent une synthèse entre les deux théories.

Si les deux auteurs ont des positions différentes, Hawking énonce une remarque pertinente, sur laquelle ils sont sans doute en accord. La théorie quantique est vérifiée avec une excellente précision relative, de 10^{-11}, qui a longtemps constitué une sorte

de record. De nombreux physiciens en concluaient que c'était la relativité qu'il fallait modifier pour l'accorder avec la physique quantique si bien vérifiée. Mais Hawking fait remarquer que la situation s'est inversée grâce aux observations du pulsar binaire. Aujourd'hui, les prédictions de la relativité générale sont vérifiées avec une précision trois ordres de grandeur meilleure que celles de la physique quantique. Ce serait donc cette dernière théorie qu'il faudrait sans doute modifier pour la réconcilier avec la relativité, ce qui semble d'ailleurs s'imposer également sur le plan conceptuel. Mais cela n'est qu'un détail de l'ouvrage.

Les propositions des deux auteurs diffèrent en tout cas pour parvenir à une telle réconciliation. En l'attendant, de nombreuses tentatives de mêler les deux théories de manière phénoménologique ont été proposées. Hawking s'est occupé d'incorporer des effets quantiques dans la physique des trous noirs, ce qui l'a conduit à la thermodynamique des trous noirs. Hawking comme Penrose se sont intéressés à traiter la cosmologie (gouvernée par la gravitation) d'un point de vue quantique, même si c'est de deux manières différentes. Et Penrose fait une proposition très originale, bien que contestée par Hawking : il se pourrait que des processus que nous considérons comme purement quantiques (le processus de la mesure quantique ou d'autres qui lui sont analogues) soient en fait dus à des effets gravitationnels.

Cet ouvrage, sous-tendu par la comparaison entre les physiques relativiste et quantique, présente tout d'abord un relevé de leurs accords et contradictions, à propos des questions relevant d'approches communes. Mais il va plus loin puisqu'il s'intéresse aux différentes tentatives pour les rapprocher, les synthétiser. Parmi les énormes difficultés que cela soulève, certaines sont nouvelles et originales ; d'autres ne font que transposer à l'échelle macroscopique, voire cosmologique, celles déjà présentes dans la physique quantique « ordinaire ». En ce sens, certains aspects du débat ici mené peuvent rappeler quelques éléments – d'ailleurs non résolus aujourd'hui – de celui entre Bohr et Einstein sur des questions physiques et épistémologiques à propos de la physique quantique.

C'est d'ailleurs ainsi que l'ouvrage est annoncé dans son édi-

tion originale. On sait que ce débat historique peut se comprendre comme une confrontation entre un Einstein « réaliste » et un Bohr « positiviste ». Cela explique sans doute l'affirmation de Hawking selon laquelle lui-même serait un positiviste, alors que Penrose serait réaliste. Même si Penrose semble grosso modo *admettre cet antagonisme, la lecture de l'ouvrage montre cependant que ce n'est pas sur ce terrain que se situe leur confrontation, et que Hawking semble prendre ces termes de manière un peu superficielle : les divergences – au demeurant plutôt rares – ne se manifestent pas sur un plan épistémologique ou ontologique, mais plutôt à propos de détails relativement techniques, concernant la validité et l'intérêt de telle ou telle procédure (un débat plus élargi aurait d'ailleurs pu permettre de présenter d'autres contributions également originales). La dernière partie de l'ouvrage, consacrée à la controverse proprement dite, montre bien qu'elle se développe essentiellement à propos de questions techniques.*

LES SINGULARITÉS

L'un des problèmes les plus aigus de la physique, relatifs à l'espace et au temps, se manifeste sous la forme de ce que l'on appelle les singularités, qui constituent un des principaux objets des discussions de ce livre. Il est omniprésent dans toutes les branches de la physique : par exemple en électromagnétisme (classique ou quantique) ou en gravitation, où le champ diverge dès que la distance à la source tend vers zéro. Il est ici abordé, au départ, dans le cadre de la relativité générale. À propos de cette notion, difficile et imparfaitement comprise, Penrose a accompli un travail désormais célèbre et qui est à l'origine des travaux de Hawking sur ce sujet.

Dans la pratique de la physique, ou des mathématiques, on appelle souvent singularité une zone (la plupart du temps réduite à un point) où certaines quantités deviennent infinies. Par exemple, en relativité, on pourra penser qu'une singularité se

définit par une zone où la courbure de l'espace-temps devient infinie. Mais Penrose et Hawking considèrent les singularités d'une manière différente, sans doute plus intéressante. Avant tout, il faut comprendre que l'espace-temps de la relativité peut être considéré comme une sorte d'étoffe souple et malléable, tissée de toutes les trajectoires possibles des particules ou de la lumière. Suivant les préceptes de cette théorie, ces trajectoires sont des courbes géométriques particulières nommées géodésiques (dans le cas très simple où il n'y a pas de gravitation, les géodésiques se réduisent à des droites).

Les parcours des particules de matière, qui suivent l'écoulement du temps, sont appelés géodésiques « de genre temps ». Les trajectoires des photons, particules de lumière, sont appelées des « géodésique de genre lumière » (on les baptise également « géodésiques nulles »). On dira alors qu'il y a singularité si une géodésique de l'un des deux genres se révèle incomplète, c'est-à-dire si elle s'arrête dans le passé ou dans le futur au bout d'un temps fini. Là où elle s'arrête, il y a singularité, ce qui implique un début ou une fin à l'histoire des particules concernées. En de tels points, la courbure diverge ordinairement (c'est-à-dire devient infinie) mais ce n'est pas une nécessité. Un tel blocage dénote en tout cas une sorte d'imperfection de l'espace-temps. À vrai dire, on considère qu'il y a vraiment singularité seulement si cet « accident » ne peut être réparé, si l'espace-temps ne peut être immergé (dans un sens mathématique précis) à l'intérieur d'un espace-temps plus « grand » et plus régulier où la singularité disparaît.

THÉORÈMES D'EXISTENCE DES SINGULARITÉS

Très tôt, la présence de singularités est apparue indésirable en relativité générale, et les deux premières interventions se consacrent en partie à leur statut. Tout débuta lorsqu'il apparut que la solution à certains problèmes physiques simples faisait intervenir des singularités. Penrose rappelle comment on a pu alors pen-

ser que l'occurrence de ces singularités résultait des conditions très particulières, dues à la symétrie sphérique de la situation. On pouvait imaginer que la solution n'était qu'une idéalisation trop éloignée de la réalité, et qu'un traitement plus réaliste aurait pu fournir une solution voisine, mais sans singularité, ce qui a été démenti par la suite.

Hawking et Penrose s'intéressent précisément à quatre questions : 1) Où, comment, et sous quelles conditions les singularités apparaissent-elles en relativité générale ? 2) Ces singularités sont-elles gênantes et donc indésirables ? 3) Doit-on, et peut-on, les supprimer ou les éviter ? 4) Subsistent-elles lorsque l'on tente de prendre en compte les effets quantiques ?

Dans le premier chapitre, Hawking expose les travaux initialement dus à Penrose, puis développés par lui-même, à propos de l'existence des singularités en relativité générale pure (non quantique). Les deux physiciens ont développé à ce propos des théorèmes qui mettent en jeu la structure causale de l'univers et son contenu énergétique.

La structure causale de l'univers

J'ai mentionné que l'on pouvait, d'une certaine manière, considérer l'espace-temps comme tissé par l'ensemble de ses géodésiques, à la manière d'un textile. Les géodésiques de genre temps et de genre lumière jouent un rôle particulier puisqu'elles définissent tous les trajets possibles de la matière ou de la lumière dans l'univers, c'est-à-dire de tout ce qui se propage et peut transporter de l'information. Connaître ces géodésiques, et la structure qu'elles dessinent, cela permet de savoir quelle région de l'univers peut échanger de l'information avec telle autre, quelle région peut influencer telle autre.

Ainsi est définie la structure causale de l'univers, une de ses propriétés les plus fondamentales. Cette structure exprime, par exemple, qu'il est impossible de se déplacer ou d'échanger de l'information à une vitesse supérieure à celle de la lumière. Par exemple, un physicien « raisonnable » refusera que puissent

exister dans l'univers des géodésiques temporelles refermées sur elles-mêmes. Cela impliquerait qu'une particule aurait la possibilité de revenir dans son propre passé. Bien que de telles situations soient en toute rigueur possibles en relativité, les physiciens les écartent en général au nom du principe de causalité. Ce dernier apparaît donc comme une condition portant sur la structure causale de l'espace-temps. On peut définir des conditions analogues plus ou moins restrictives.

Contenu énergétique

Le travail à propos des singularités évoque un second type de conditions, impliquant le contenu énergétique de l'univers. Selon la relativité générale, c'est en effet lui qui détermine (au moins partiellement) la structure de l'espace-temps. Il n'est donc pas étonnant que l'on doive en tenir compte lorsque l'on s'intéresse à cet aspect particulier de la structure de l'univers que sont les singularités.

Très souvent, dans les problèmes rencontrés en relativité générale, il est suffisant de considérer que les propriétés du contenu énergétique se réduisent à une densité spatiale d'énergie ρ *et à une pression* p, *seulement. On peut alors définir des « conditions d'énergie » comme certaines contraintes que doivent vérifier ces quantités (par exemple d'être positives). Diverses formes de conditions de ce genre (« faibles » ou « fortes ») sont évoquées par les deux auteurs. Elles impliquent essentiellement que la gravité n'agit pas de manière répulsive mais attractive.*

Il est à noter que toutes les formes d'énergie connues (particules, rayonnement électromagnétique, ondes gravitationnelles...) vérifient ces conditions. On pourrait alors considérer que ce n'est que dans un – louable – souci de rigueur que les auteurs précisent ces conditions dans les énoncés des théorèmes qu'ils présentent. Cette prudence de physicien se révélera cependant fort sage lorsque l'on tentera de prendre en compte des effets quantiques. Ceux-ci permettront en effet d'imaginer des situations où ces conditions ne sont plus remplies (ce peut être également le cas lors de situations où la constante cosmologique joue un rôle dominant).

Théorème et censure cosmique

Le résultat fondamental de Penrose et Hawking consiste en un théorème d'existence nécessaire de singularité. Ils démontrent qu'une singularité doit être présente pour autant que soient vérifiées trois conditions. La première porte sur la structure causale de l'univers ; la seconde sur le contenu énergétique et la troisième exprime que la gravité doit être suffisamment intense. Ces théorèmes s'appliquent en particulier à deux types de situation : les étoiles en effondrement (donnant lieu à des trous noirs) et le big bang. En particulier, cela montre que l'univers en expansion implique une singularité dans le passé.

Il importe néanmoins de souligner le domaine de validité de ces considérations : il s'agit de théorèmes de pure relativité générale, qui ne font donc intervenir aucun effet quantique. Que l'on modifie les lois de la physique (par exemple, en supposant un mystérieux processus de création continue de matière, comme l'avait fait Fred Hoyle), ou que l'on tente d'incorporer les effets de physique quantique à la relativité générale, comme le font certains physiciens contemporains, ces théorèmes ne s'appliquent plus nécessairement.

Si l'on ne peut, comme il semble, échapper à l'idée que les singularités existent, Penrose développe celle qu'elles pourraient rester invisibles et sans influence sur nous, par l'effet de ce qu'il baptise « censure cosmique ». Pour le comprendre, il convient de revenir sur la structure causale, et en particulier sur la notion d'horizon.

La structure causale exprime quelles régions de l'univers peuvent influencer telle autre, en particulier la nôtre. De notre point de vue d'observateurs, la structure causale permet ainsi de délimiter dans l'univers l'ensemble des régions accessibles à nos observations, les régions qui ont pu nous influencer d'une manière quelconque, ce que l'on peut appeler notre « passé causal ».

De ce qui s'est passé en dehors, nous ne pouvons rien savoir. Par exemple, si l'univers n'est âgé que de 15 milliards d'années, il nous est impossible d'apprendre quoi que ce soit d'une galaxie qui serait située à 30 milliards d'années-lumière : la lumière (ou

n'importe quel signal qu'elle aurait pu émettre) n'a pas eu le temps de nous parvenir. La frontière de notre passé causal, zone de l'espace-temps qui nous est accessible, se nomme « horizon ». Un horizon représente donc une sorte de surface fictive, associée à un observateur donné (en général nous-mêmes), au-delà de laquelle il est impossible de connaître ce qui se passe. On distingue en fait horizons passés et futurs : nous ne pouvons encore *rien savoir de ce qui s'est passé ou se passe au-delà d'un horizon* passé*; nous ne pourrons* jamais *rien savoir de ce qui se passe ou se passera au-delà d'un horizon* futur.

L'idée de censure cosmique exprime que, lorsqu'une singularité est présente, un horizon serait toujours présent également, et nous en cacherait la vue et l'influence. Autrement dit, elle interdirait l'existence de « singularités nues », non « habillées par un horizon ».

Penrose présente plusieurs arguments suggérant la validité de la censure cosmique dans certains cas, mais cette conjecture n'est pas démontrée. À vrai dire, il suggère qu'elle pourrait être valable pour les singularités du futur : dans ce cas, les effondrements d'étoiles mèneraient à des trous noirs, qui sont des singularités entourées par un horizon, mais jamais à des singularités nues. En revanche, elle ne s'appliquerait pas aux singularités passées, du type big bang.

À ce propos, Penrose écrit qu'« il pourrait exister une relation mystérieuse entre la nature des singularités et la nature de la surface à l'infini ». Cette phrase exprime le fait que, même si nous disposons de quelques résultats les concernant, nous ne savons pas comment penser les singularités. Malheureusement, Penrose et Hawking nous laissent ici sur notre faim, et n'exploitent pas cette piste intéressante qui suggère l'existence de liaisons entre la structure globale de l'espace-temps et certains de ses aspects très locaux.

Singularités passées et futures

Penrose souligne la distinction entre deux sortes de singularités : les unes, dans le futur, pourraient être engendrées lors de

l'effondrement d'étoiles massives (trous noirs); d'autres, dans le passé, auraient pu caractériser le début de l'expansion cosmique (big bang). Il s'intéresse à comparer leurs propriétés.

Concernant ce dernier point, une première question se pose, à propos de la comparaison entre trous noirs et trous blancs. Un trou noir est une singularité dans le futur entourée d'un horizon (ce n'est donc pas une singularité nue) qui pourrait résulter de l'effondrement d'un objet très condensé, une étoile massive par exemple, sous son propre poids. Une solution identique, mais inversée dans le temps, pourrait également être a priori *possible en relativité générale : contrairement à un trou noir qui « avale tout », le trou blanc « recracherait » beaucoup de choses. Mais alors, dans ce que recracherait le trou blanc, se trouverait nécessairement une certaine quantité d'information, fait remarquer Penrose. S'interrogeant sur sa provenance, il fait remarquer que cela violerait le second principe de la thermodynamique (qui, dans une version ultrasimplifiée, énonce que de l'information peut être perdue mais jamais créée à partir de rien). Pour cette raison, l'existence de trous blancs doit être selon lui écartée. Nous verrons que la position de Hawking est bien différente puisque, pour lui, trous noirs et trous blancs sont identiques. Toujours est-il qu'il n'y a pas de trous blancs pour Penrose, si bien que les singularités passées, ce sont essentiellement le big bang. Quant aux singularités futures, ce sont les trous noirs. Et les deux types lui apparaissent très différents.*

Première constatation, issue de la cosmologie, le big bang fut très uniforme. En effet, c'est un résultat classique de cosmologie que, pour que l'univers d'aujourd'hui soit (en moyenne) aussi homogène et régulier, il faut qu'il l'ait été au moins autant dès ses débuts. On ne connaît en effet aucun processus régulateur capable d'effectuer ce travail (contrairement à certaines idées reçues, l'inflation ne peut le faire). Penrose se demande comment exprimer de manière précise cette uniformité remarquable.

On sait que la structure de l'univers se décrit par un être mathématique appelé tenseur de Riemann de l'espace-temps, lié à sa courbure. Penrose décompose ce tenseur en deux parties qui s'additionnent : le tenseur de Ricci et le tenseur de Weyl. Cette décomposition est bien connue du point de vue mathématique,

mais Penrose l'interprète de manière intéressante : la partie « Ricci » exprime une structure globale et relativement régulière, tandis que la partie « Weyl » rend compte des éventuelles irrégularités présentes dans l'espace-temps. Le big bang, extrêmement régulier, se décrit donc avec un tenseur de Weyl nul. Au contraire un trou noir, se formant par l'effondrement d'objets très irréguliers et très divers, aurait un tenseur de Weyl extrêmement intense, voire divergent (devenant infini).

L'énoncé de l'annulation du tenseur de Weyl pour la singularité initiale constitue ce que l'on appelle « hypothèse sur la courbure de Weyl », habituellement associée au nom de Penrose. Une version moins restrictive de cette hypothèse a également été proposée, fondée sur le fait que le tenseur de Weyl peut être, à son tour, décomposé en deux parties baptisées « magnétique » et « électrique ». Il a été remarqué que supposer l'annulation de la partie magnétique seulement permet de satisfaire à certaines des motivations de Penrose pour énoncer son hypothèse, en relation avec l'entropie de la gravitation. Par ailleurs il a été démontré que, sous l'hypothèse sur la courbure de Weyl (et quelques autres additionnelles), l'homogénéité et l'isotropie de la singularité entraînaient celle de l'univers.

TROUS NOIRS

Dans le chapitre III, Hawking rappelle la théorie classique des trous noirs, c'est-à-dire selon la relativité générale sans incorporer les aspects quantiques. Même s'il fait intervenir une singularité, un trou noir apparaît, du point de vue d'un observateur extérieur, comme une région de l'espace cachée derrière un horizon (appelé dans ce cas « horizon des événements »). Rien ne peut sortir de cet horizon, ni matière ni lumière. On ne dispose d'aucun moyen pour savoir de ce qui s'y passe.

Absence de poils

Hawking évoque plusieurs résultats intéressants à propos des trous noirs. Par exemple, le théorème d'absence de poils : on ne peut rien savoir d'un trou noir, sinon trois choses seulement : sa masse, son moment cinétique (degré de rotation) et sa charge électrique. Il ne possède aucun autre attribut (aucun « poil ») observable de quelque manière que ce soit. Hawking insiste sur la conséquence de ce théorème, qui entraîne une perte d'information très importante lors de la formation d'un trou noir : tous les attributs que possédaient l'étoile et son environnement (ou, de manière plus générale, la configuration de matière qui s'effondre pour former un trou noir), avant qu'ils ne s'effondrent, sont totalement perdus.

Thermodynamique

À propos de l'horizon des événements d'un trou noir, Hawking rappelle un résultat remarquable. De l'extérieur, cet horizon peut être considéré comme une surface (fictive) sphérique d'aire A. *Or il a été montré que l'aire* A *d'un trou noir ne peut que croître. Qui plus est, si deux trous noirs se rencontrent et fusionnent, l'aire du trou noir résultant sera nécessairement supérieure à la somme des aires initiales.*

Voilà qui rappelle fortement le comportement de l'entropie S *en thermodynamique, qui ne peut que croître (ou à la rigueur rester constante), quelles que soient les circonstances. Hawking commente alors la suggestion de Bekenstein, selon laquelle* A *pourrait être assimilée à une véritable entropie gravitationnelle. Il rappelle pourquoi cette suggestion fut tout d'abord rejetée : en relativité générale classique (sans effets quantiques), on ne peut trouver de grandeur associée à la température. Cela interdit de faire de la thermodynamique, et d'interpréter* A *comme une véritable entropie. Mais la prise en compte d'effets quantiques modifie les choses : Hawking a montré qu'un trou noir rayonne, ce qui permet de lui attribuer une température. La thermodynamique des trous noirs devient alors possible.*

Rayonnement des trous noirs

Hawking présente le résultat qui l'a rendu célèbre : si l'on tente d'incorporer les effets quantiques, il semble qu'un trou noir doive rayonner de l'énergie. De plus, le rayonnement émis apparaît tout à fait remarquable : il est de nature thermique, c'est-à-dire qu'il est identique à celui qu'émettrait un corps ordinaire (un « corps noir ») qui serait à une température de $\frac{1}{8\pi M}$ *(où* M *est la masse du trou noir). Le calcul qui mène à ce résultat est complexe. Deux points y sont importants. Tout d'abord, Hawking applique des résultats de théorie quantique des champs à l'espace-temps environnant le trou noir. La validité de cette démarche n'est pas assurée puisque la théorie des champs est à l'origine conçue dans l'espace-temps (plat) de Minkowski qui, contrairement à celui de la relativité générale et de la cosmologie, est dépourvu de toute structure spatiale ou spatio-temporelle. Cependant, malgré les nombreux problèmes qu'elle pose, elle est considérée comme, au moins, simple et naturelle, de sorte qu'il semble justifié de l'adopter, ne serait-ce que pour essayer. Or il est remarquable que ce coup d'essai se révèle un coup de maître, conduisant à un résultat « trop beau pour être faux » aux yeux de certains, dont bien sûr Hawking. Un résultat qui mérite en tout cas d'être discuté.*

L'autre point original du calcul tient à la manière dont Hawking se débarrasse de la singularité au centre du trou noir. Il faut bien reconnaître que son procédé baptisé « euclidisation », et fondé sur l'introduction d'un temps imaginaire, reste quelque peu ténébreux. Cela apparaît comme un pur procédé de calcul (techniquement, une procédure appelée rotation de Wick), un artifice sans interprétation physique pertinente. En revanche, le point important vient de ce que Hawking se débarrasse dans son calcul de toute la partie interne à l'horizon, y compris la singularité, extrêmement gênante autrement pour ses calculs. Force est de reconnaître qu'il le fait sans véritable justification, sinon celle de rendre les calculs possibles. Il semble qu'il ne fasse que cacher les poussières sous le tapis.

Il semble cependant légitime d'oublier, au moins provisoirement, ces difficultés et les voix des physiciens contestataires,

pour accorder à ce résultat, sinon une confiance totale, au moins un intérêt bienveillant. Il permet en effet, par exemple, de mettre sur pied une véritable thermodynamique des trous noirs : grâce au rayonnement quantique découvert par Hawking, tout se passe en effet comme si la gravité du trou noir jouait le rôle de la température qui manquait ; alors l'aire de l'horizon peut être véritablement assimilée à une entropie gravitationnelle intrinsèque.

Ces effets thermodynamiques des trous noirs sont sans aucun doute hors du champ confirmé *de la physique. Néanmoins, la grande majorité de la communauté scientifique les juge intéressants. Leur intérêt principal provient sans doute de ce qu'ils suggèrent des pistes originales pour comprendre comment pourraient se marier effets quantiques et relativistes. Hawking et Penrose les reprendront à propos de l'information, du temps, etc.*

Information et symétrie temporelle

Hawking, cependant, pousse encore un peu plus loin le degré de spéculation. En envisageant au passage la possibilité de trous noirs magnétiquement chargés, il soutient que de l'information est définitivement perdue lors de la formation d'un trou noir. Pour comprendre le côté paradoxal de ce résultat, il faut se souvenir que, en relativité (non quantique) comme en physique quantique à l'échelon microscopique, aucune information ne peut jamais être perdue. Hawking soutient ici que la gravité pourrait introduire un niveau fondamental d'imprédictibilité, qui lui serait particulier, et qui ne se ramènerait à rien d'autre dans la physique. Penrose lui répondra un peu plus loin, à ce propos, et le débat sera repris dans la discussion finale.

La controverse est relativement technique. D'une part, pour Penrose, l'information est perdue dans la singularité du trou noir plutôt qu'à son horizon. D'autre part, pour Penrose, cette perte d'information est représentée par une diminution du volume de l'espace des phases (cela proviendrait du fait que des configurations initiales très différentes peuvent former le même trou noir, à cause du théorème d'absence de poils), ce que conteste

Hawking. Il est d'ailleurs très délicat de calculer ce volume. Enfin, toujours selon Penrose, cette perte pourrait être compensée par un processus quantique, analogue à celui de la « mesure » en physique quantique. Ce dernier processus présenterait deux propriétés particulières, avec lesquelles Hawking est en désaccord. Tout d'abord, il serait spontané et non pas déclenché par un observateur. Hawking conteste cette possibilité d'une telle mesure spontanée en la qualifiant de « magique ». Cette position de Hawking est néanmoins difficile à comprendre puisqu'il semble prêt, par ailleurs, à accepter les processus de décohérence *qui reposent sur une idée très similaire.*

L'autre caractéristique est que cette mesure serait déclenchée par un processus gravitationnel. Sur ce point, il faut bien reconnaître que Penrose est moins convaincant même si l'idée semble intéressante.

Ces questions d'entropie et d'information sont cruciales. Elles sont liées notamment à la question de l'irréversibilité temporelle. Penrose exprime ses divergences par rapport à la position de Hawking, en soulignant tout d'abord que, selon lui, l'incertitude introduite par les trous noirs n'est pas « supplémentaire » mais plutôt « complémentaire » de celle qui se présente en physique quantique macroscopique. La nuance va s'éclaircir.

Penrose rappelle en préliminaire un résultat connu en physique quantique : une asymétrie temporelle et une perte d'information sont liées au processus de la mesure. Cela ne contredit pas l'affirmation écrite plus haut car le processus de la mesure n'est pas un processus microscopique : il n'intervient que pour les systèmes quantiques macroscopiques, au contraire d'un système quantique microscopique qui évolue « unitairement », c'est-à-dire sans perte d'information. Cependant, l'origine de la différence entre systèmes macroscopiques et microscopiques constitue une difficulté très importante, peut-être la plus fondamentale, de la physique quantique. Qu'est-ce qui distingue l'évolution unitaire du processus de la mesure ? La réponse n'est toujours pas connue et de nombreux délires (suggérant par exemple une intervention de la conscience de l'observateur) ont pu être proposés à ce propos. Plus sérieusement, il semble que les idées récentes de décohérence (avec lesquelles Penrose se

déclare en désaccord) permettent d'y voir plus clair. Ce qui intéresse Penrose en tout cas, c'est de rapprocher cette question de la relativité générale.

Il rappelle la différence entre singularités passées et futures, interprétant en termes d'information ce qu'il a déjà énoncé à propos du tenseur de Weyl : d'une manière qu'il faut bien reconnaître assez imprécise, il souligne que les singularités passées contiennent peu d'information alors que celles du futur en contiennent beaucoup. Ceci constitue en tout cas, à ses yeux, une asymétrie temporelle d'origine gravitationnelle, qu'il tente de rapprocher de l'asymétrie temporelle rencontrée lors du processus de mesure en physique quantique.

Tout d'abord, selon Penrose, toute irréversibilité temporelle en physique, même pour un phénomène local, peut être considérée comme la conséquence de l'irréversibilité temporelle cosmique fondamentale, due à l'expansion de l'univers. Hawking est également d'accord avec cette conception qu'il exprime en déclarant que « la différence observée entre le passé et le futur doit provenir des conditions aux limites de l'univers ». De nombreux physiciens seraient sans doute en accord avec cette position, dans la lignée de celle de Boltzmann, même si personne ne sait comment la mettre en œuvre.

Mais Penrose veut insister sur la nature gravitationnelle de l'asymétrie temporelle du processus de mesure en physique quantique. Dans ce but, il commence par exposer ce problème d'une manière relativement classique. Déclarant que la solution ne vient pas, selon lui, de la décohérence, et se fondant sur les considérations précédentes, il propose une solution originale : on pourrait rendre compte de la réduction d'un système quantique (c'est-à-dire le passage d'une évolution unitaire à une évolution irréversible, l'analogue d'un processus de mesure), par des processus gravitationnels. À l'aide d'un petit calcul à titre d'exemple, il montre comment on pourrait traiter ce problème dans le cadre de la relativité générale, ou plutôt d'un mélange pas trop bien défini de cette théorie avec des idées de cosmologie quantique. Il conclut le raisonnement en remarquant que l'irréversibilité cosmique fondamentale – l'expansion de l'univers – est elle-même un cas particulier d'asymétrie temporelle entre une sin-

gularité passée (le big bang) et l'état futur de l'univers (singularité future ou temps infini). Le raisonnement est ainsi bouclé, selon Penrose, et ramène l'irréversibilité quantique associée au processus de la mesure à l'asymétrie temporelle entre singularités passées et futures, de nature gravitationnelle.

Hawking conteste cette vision. À propos de l'évolution de l'univers, il fait tout d'abord remarquer que le tenseur de Weyl n'a pas pu être strictement nul au tout début de l'univers, sans quoi celui-ci serait resté strictement homogène tout au long de son évolution (ce que contredit notre simple présence). Par ailleurs, admettre un tenseur de Weyl nul, ce serait violer le principe d'incertitude quantique (Penrose déclarera plus loin qu'il est d'accord avec cela).

En fait Penrose admet bien que le tenseur de Weyl ait pu être très petit (sans être nul) mais il conteste que ceci doive être posé comme un principe fondamental. Autant éviter, remarque-t-il, d'énoncer un tel principe qui viole la réversibilité temporelle à un niveau fondamental, tant que cela n'est pas absolument indispensable. Il pense que la faiblesse du tenseur de Weyl doit découler d'un principe plus fondamental. Et, pour lui, ce principe ce sera bien entendu la condition qu'il défend, à savoir que l'univers ne doit pas avoir de bord. Il argumente en remarquant que, dans la solution qu'il propose, les fluctuations sont très faibles dans le passé, si bien que l'univers est presque homogène, et le tenseur de Weyl presque nul, sans que cela soit posé a priori. *Mais ses calculs ne réussissent pas à nous convaincre que c'est bien la condition d'un univers sans bord qui est à l'origine de cette asymétrie.*

Dans le chapitre VI, *Penrose revient sur cette question, et minimise finalement son désaccord avec Hawking. Remarquant d'abord que ses réflexions initiales concernaient un calcul purement relativiste, n'incorporant aucun effet quantique, il se range à l'avis de Hawking selon lequel la prise en compte du principe d'incertitude doit entraîner un niveau minimal de fluctuations à la singularité originelle. Il n'a donc aucune réticence à accepter un tenseur de Weyl presque nul plutôt que rigoureusement nul. La vraie question est de savoir ce qui « oblige » le tenseur à*

être presque nul. Il reconnaît que son « hypothèse sur la courbure de Weyl » ne peut faire office d'explication satisfaisante, et qu'il est nécessaire d'en appeler à un principe plus fondamental. Il est prêt à admettre ce que propose Hawking mais il souligne que cela est loin d'être démontré. En particulier il remarque que les règles usuelles de la théorie quantique des champs, sur lesquelles reposent les résultats de Hawking, s'appliquent lorsque l'espace de fond est plat, ce qui n'est évidemment le cas ni en cosmologie ni à propos des trous noirs.

Le futur de l'univers

Alors se pose la question du futur de l'univers : redeviendra-t-il homogène (avec un tenseur de Weyl presque nul) ? Ou au contraire les hétérogénéités vont-elles s'amplifier comme le pense Penrose ? La première solution impliquerait un renversement de la flèche du temps. Hawking écrit comment il a d'abord cru que ce pouvait être le cas, puis comment il a ensuite changé d'avis : la flèche du temps continuera à pointer dans la même direction. Actuellement, d'autres auteurs estiment que la cosmologie quantique implique effectivement un tel renversement.

Finalement, Hawking se range à une solution conforme à son exigence d'absence de bords à l'univers, et l'on y retrouve les caractéristiques énoncées par Penrose : un tenseur de Weyl presque nul au début, et intense à la fin. Mais il clame que les raisons n'en sont pas celles qu'invoque Penrose : « La gravité enroule l'espace-temps en boucle, de sorte que ce dernier a un commencement et une fin. » On ne peut pas dire que les arguments soient vraiment convaincants, chez aucun des deux protagonistes d'ailleurs. Tous deux sont en tout cas persuadés que toute irréversibilité dans la physique provient bien de l'irréversibilité cosmique. Leur désaccord porte sur l'origine de cette dernière : principe fondamental de dissymétrie temporelle, de nature

gravitationnelle pour Penrose, condition d'univers sans bord pour Hawking.

Cosmologie quantique

Au chapitre v, Hawking aborde le second domaine où se mêlent effets gravitationnels et quantiques, celui de la cosmologie, et en particulier de la cosmologie très primordiale. Après avoir rappelé que la cosmologie repose sur une base observationnelle solide et mérite, à ce titre, le statut de science, il s'intéresse au problème très délicat des conditions initiales de l'univers.

La relativité générale est une théorie prédictive et déterministe. Ces qualités contribuent à sa force puisque ce sont elles que l'on demande en général à une « bonne » théorie physique. Pour l'étude de l'univers, en cosmologie relativiste, cela implique que le déroulement de l'histoire de l'univers dépend de l'état dans lequel il se trouvait dans le passé, qui constitue ainsi les « conditions initiales » pour le problème cosmologique. C'est vrai non seulement pour les modèles de big bang, mais aussi pour tout modèle relativiste que l'on peut imaginer : l'histoire de l'univers repose sur des conditions initiales qui doivent être précisées. Bien entendu, elles doivent être spécifiées en dehors du modèle puisque ce sont elles qui, précisément, définissent le modèle. Ni le modèle cosmologique ni, de manière plus générale, la théorie de la relativité générale, ne peuvent prétendre prédire ces conditions initiales à partir de quelque chose d'autre. Leur statut ne le permet pas.

Hawking semble considérer cela comme une faiblesse de la relativité générale, qui empêcherait la cosmologie de prétendre à se fonder elle-même. C'est sans doute oublier un peu vite qu'aucune théorie, aucun modèle scientifique n'est capable de se fonder par lui-même ; aussi bien les physiques newtonienne et quantique que la thermodynamique et toutes les autres théories de notre physique reposent sur des présupposés métaphysiques impossibles à justifier dans le cadre de ces sciences elles-mêmes. Au bénéfice de la relativité générale, il y a le fait que celle-ci les

énonce sans doute mieux, de manière plus satisfaisante : c'est une force plutôt qu'une faiblesse de cette théorie.

Néanmoins Hawking utilise ces remarques de façon constructive puisqu'il se pose la question de savoir si une théorie plus globale ne pourrait pas déterminer ces conditions initiales, d'où découle tout le reste. La démarche, si elle reste d'inspiration métaphysique, paraît saine et conforme à l'esprit général de la physique. Hawking pense bien évidemment à une théorie plus vaste qui réunirait effets quantiques et relativistes. Pour lui, ce doit être une cosmologie quantique, et même une cosmologie quantique à laquelle il applique un précepte particulier, qu'il va défendre par la suite, celui d'un espace-temps sans frontières. Il n'hésite pas à déclarer que sa théorie ainsi constituée permet de prédire les caractéristiques de notre univers, et il nous invite à suivre sa démarche. Bien qu'une telle théorie de cosmologie quantique n'existe pas à proprement parler, on rencontre actuellement un consensus à propos de certains aspects qu'elle pourrait prendre, et de certains outils qu'elle pourrait utiliser. Parmi eux, Hawking fera usage des intégrales de chemin et de la fonction d'onde de l'univers.

Intégrales de chemin

D'emblée, Hawking considère l'approche cosmologique d'un point de vue quantique, en termes d'intégrales de chemin. Des intégrales de chemin sont définies en physique quantique ordinaire : le trajet d'une particule entre son point de départ et son point d'arrivée n'est pas vraiment défini (la particule n'existe d'ailleurs pas vraiment non plus), mais on peut imaginer tous les trajets possibles, tous les « chemins » que pourrait suivre la particule que l'on veut considérer, pour se rendre de son point de départ à son point d'arrivée. Et, après avoir imaginé tous ces chemins potentiels, on peut calculer à partir d'eux une certaine quantité qui constitue l'intégrale de chemin et qui joue un rôle très important dans la théorie quantique ordinaire.

Hawking et les cosmologues quantiques généralisent cette conception. De la même manière que la physique quantique ne

permet pas de définir l'état d'une particule, la cosmologie quantique interdira de préciser dans quel état se trouve précisément l'univers. En revanche on pourra imaginer les divers « chemins » que peut suivre l'histoire de l'univers, et par un procédé analogue, calculer une « intégrale de chemin cosmologique ».

Hawking soulève alors un problème : parmi tous ces chemins possibles, certains doivent faire intervenir des singularités, ce qui rend les calculs impossibles. Il propose alors de ne considérer dans le calcul que les chemins cosmologiques non singuliers. Pour cela, il utilise le même expédient technique qu'il avait introduit à propos des trous noirs : il transforme la métrique de l'espace-temps pour la rendre « euclidienne ». Là aussi, il est difficile de donner une signification physique à cette transformation mathématique (une question de signe dans les coefficients de la métrique). Néanmoins elle rend les calculs possibles en permettant de supprimer les contributions singulières *à l'intégrale de chemin. Le calcul des chemins cosmiques devient alors possible, déclare Hawking, pourvu que l'on précise les conditions sur les bords de l'univers. Cela correspond à un choix, comme Hawking nous en avait prévenu, qui doit être fait selon des principes extérieurs à la physique.*

*Ce choix est délicat, et Hawking montre qu'il fait intervenir des problèmes géométriques particuliers, de nature topologique. Il exprime sa conviction que le meilleur choix consiste à ne considérer que des modèles d'univers (d'espaces-temps) compacts et sans frontière. Ce précepte n'est pas une nouveauté en ce qui concerne l'espace (la partie spatiale de l'espace-temps) car Einstein lui-même l'avait appliqué en construisant ses premiers modèles cosmologiques. En revanche il est nouveau et original de l'étendre à l'*espace-temps, *en contraignant celui-ci à être fermé et sans bord.*

La fonction d'onde de l'univers

L'approche cosmologique utilise également le concept de fonction d'onde de l'univers, qui généralise la fonction d'onde de la physique quantique ordinaire. Celle-ci est définie en fait non pas

pour l'univers, c'est-à-dire pour l'espace-temps, mais pour une configuration de l'espace seulement. C'est cette restriction qui rend possible la cosmologie quantique. À vrai dire, pour être plus rigoureux, il faudrait dire une configuration de l'espace plus la matière qu'il contient. Mais les calculs de cosmologie quantique introduisent à ce propos une simplification importante en rendant compte de toute la matière selon ce que l'on appelle un champ scalaire. *Bien que cette hypothèse ne soit pas réaliste, elle a le mérite de permettre au moins quelques calculs, dont on espère qu'il sera peut-être possible un jour d'étendre la validité à des situations plus proches de la réalité.*

Hawking définit alors la fonction d'onde associée à un espace S *comme « l'amplitude de probabilité » pour qu'un espace-temps puisse inclure l'espace* S. *Cette probabilité n'est définie, à vrai dire, que d'une manière technique, sans que l'on sache en donner une interprétation physique satisfaisante. Néanmoins, elle se prête à certains calculs, et on peut même lui associer une équation d'évolution, l'équation de Wheeler-de Witt.*

Hawking présente alors son modèle à l'aide de ces outils. Il le construit d'un point de vue mathématique et géométrique, davantage que physique, en faisant intervenir des « collages d'espaces » dont la signification physique n'est pas toujours claire. Toujours est-il qu'il aboutit à un modèle qui ressemble aux modèles de big bang, et en partage de nombreuses caractéristiques ; mais la singularité passée (le big bang proprement dit) y est remplacée par une phase d'évolution dépourvue de singularité, où ni le temps ni l'espace ne rencontrent de frontière. Il est à noter que cela viole le théorème d'existence de singularité énoncé au début. Mais ce n'est pas un problème car, du fait de l'introduction des aspects quantiques, les conditions de son applicabilité ne sont pas remplies.

Dans cet univers, le temps a un début, mais contrairement aux modèles de big bang, ce début du temps ne correspond pas à une singularité, ce qui paraît beaucoup plus satisfaisant à Hawking. On peut suivre Hawking dans sa démarche, même si la physique et les principes qu'il introduit sont hautement spéculatifs. En revanche, il convient d'être beaucoup plus prudent lorsqu'il déclare que l'univers qu'il décrit a pu « être créé à

partir de rien ». À vrai dire, il s'agit d'un abus de langage dont Hawking ainsi que quelques autres physiciens nous ont donné l'habitude : on est obligé de reconnaître que cela ne veut strictement rien dire. D'un point de vue physique, ni la relativité générale, ni la physique quantique, ni aucune synthèse des deux ne sauraient permettre d'envisager la création de l'univers comme un événement physique. Qui plus est, on ne saurait en parler, de toutes façons, d'un point de vue temporel puisque l'univers, c'est – entre autres choses – le temps et que l'on ne peut parler de la création du temps... hors du temps. Il resterait à examiner si l'on peut donner un sens à cette affirmation hors du champ de la physique. Mais à lire les philosophes ou les penseurs religieux (par exemple saint Augustin), il semble bien que cette phrase n'ait guère de sens non plus.

EUCLIDISATION OU TWISTORS ?

La majeure partie du chapitre VI est consacrée par Penrose à l'exposé de la théorie des twistors. Cette théorie n'est pas nouvelle et, au vu de son caractère technique, on peut s'étonner de sa présence dans un ouvrage à caractère de vulgarisation. Pour en introduire l'exposé, Penrose part d'une critique du travail de Hawking, et plus précisément de sa procédure d'« euclidisation », dont il faut bien reconnaître qu'elle nous est demeurée obscure. Selon lui, la théorie des twistors peut accomplir de manière plus satisfaisante la même tâche, à savoir « la sélection des champs qui se propagent vers le futur plutôt que vers le passé ». Un champ physique, quelle que soit sa nature, est défini sur l'espace-temps. Le passage par les twistors offre une procédure pour décomposer ce champ en deux composantes, l'une considérée comme se propageant vers le futur, l'autre vers le passé.

La théorie est introduite par Penrose de manière purement géométrique (comme dans son livre sur le même sujet, si bien que les commentaires seront ici réduits). Elle se fonde sur l'usage des propriétés géométriques de la sphère. Penrose rappelle

d'abord à quel point la géométrie de la sphère est déjà implicitement présente en physique quantique ordinaire, ce qui, à ses yeux, rend la théorie des twistors extrêmement naturelle.

On sait par ailleurs que, en relativité, on peut considérer l'espace-temps comme tissé par l'ensemble de ses géodésiques. On peut alors comprendre que Penrose propose de considérer comme objet fondamental de sa théorie, non pas l'ensemble des événements susceptibles de se produire (c'est-à-dire l'espace-temps), mais plutôt l'ensemble des trajets possibles des rayons lumineux. Il est possible d'étudier les propriétés mathématiques (dont certaines sont voisines de celles des sphères) de cet ensemble et de le considérer comme un espace géométrique. C'est « l'espace des twistors », et Penrose propose de faire de la physique dans cet espace plutôt que dans l'espace-temps ordinaire.

Pour des raisons techniques, Penrose considère en fait un espace légèrement différent, l'espace projectif des twistors $\mathbb{PT}$. *Physiquement* $\mathbb{PT}$ *a la même signification mais ses propriétés mathématiques le rendent plus facile à manier. Désormais, Penrose va faire de la physique dans* $\mathbb{PT}$. *Un « point » de* $\mathbb{PT}$, *c'est en fait un rayon lumineux, que l'on peut décrire quantitativement par l'ensemble des propriétés d'un photon (particule de masse nulle), impulsion et moment angulaire.*

Tout cela n'a que peu de rapport avec la physique quantique, jusqu'à ce que Hawking introduise une « fonction d'onde des twistors ». Les développements deviennent alors très techniques mais ils permettent à Penrose de revenir à son propos initial. Il montre qu'il devient possible de séparer les fréquences positives et négatives d'un champ, ce qui permet de faire véritablement de la physique quantique dans l'espace des twistors. L'intérêt en demeure toutefois relativement obscur. Cela permet, soutient Penrose, une nouvelle approche de la théorie quantique des champs, où les problèmes d'infinis pourraient se régler plus facilement. Mais, pour les détails, il laisse le lecteur sur sa faim.

Penrose attaque alors la seconde extension de sa théorie : le passage de l'espace plat à l'espace courbe. Il commence à remarquer qu'il existe des situations où tout se passe très facilement : celles où le tenseur de Weyl s'annule (ce qui revient à dire que l'espace-temps est « conformément plat », donc d'une structure

particulièrement simple). Mais pour résoudre le problème dans le cas le plus général, et retrouver l'équivalent des équations d'Einstein de la relativité, les choses semblent beaucoup plus compliquées. Les approches que présente Penrose sont extrêmement techniques et il est difficile de voir où il veut en venir.

Pour le moment, il semble que l'on puisse considérer la théorie des twistors de deux manières. D'une part un outil géométrique puissant mais complexe (que très peu de physiciens savent maîtriser), permettant d'aborder et de comprendre certains problèmes de physique quantique ou de relativité, ou même à la frontière. D'autre part, il se pourrait que cet outil offre une piste intéressante pour la mise en place d'une théorie des twistors qui pourrait être extrêmement puissante. Cette piste se place alors en concurrence avec d'autres approches aux ambitions synthétisantes, faisant en général également intervenir une géométrie complexe. On peut citer, par exemple, les théories des cordes, la supersymétrie, la gravitation quantique, la géométrie non commutative, etc. Toutes ces théories, ou ébauches de théories, se placent sur des plans différents, avec parfois, cependant, quelques points communs.

DISCUSSION

La discussion qui fait l'objet du dernier chapitre décevra peut-être le lecteur : elle porte, en effet, la plupart du temps sur des points techniques et obscurs, même s'ils sont reliés aux grandes questions fondamentales déjà évoquées plus haut. Sans présenter le même intérêt que le débat entre Bohr et Einstein dont elle se veut la continuation, elle permet cependant de résumer les différences d'opinions et les oppositions entre les deux auteurs.

– Hawking commence par livrer quelques éclaircissements quant à sa procédure d'euclidisation que conteste Penrose. Il précise qu'elle se justifie par l'équivalence entre le calcul dans l'espace euclidien et ce que donnerait un calcul – impossible à effectuer – dans l'espace de Minkowski. Mais ce n'est qu'un pos-

tulat qu'il ne justifie pas. Il remarque au passage le rôle fondamental que joue la topologie, de l'espace ou de l'espace-temps, en gravitation, et encore davantage lorsque l'on tente d'incorporer les effets quantiques. Il l'a déjà montré à propos de l'entropie gravitationnelle intrinsèque. C'est également vrai en cosmologie, et ce rôle devient absolument essentiel dès que l'on tente de faire de la gravitation ou de la cosmologie quantiques. Or Hawking remarque que la topologie ne peut être prise en compte, pour certaines questions, qu'en passant par sa procédure d'euclidisation, ce qui en fournit une justification partielle.

Même si l'on ne peut considérer l'approche par euclidisation comme vraiment bien fondée, les résultats qu'elle fournit méritent au moins discussion. Du point de vue de Hawking, sa procédure peut être considérée, du moins sur certains points, comme concurrente de l'approche par les cordes, ou par les twistors de Penrose. Hawking prétend qu'elle permet de faire des prédictions, mais sans réussir à vraiment nous convaincre.

– Dès le début de l'ouvrage, Hawking expose la différence qu'il aurait décelée entre Penrose et lui : ce dernier serait platonicien, alors que lui-même serait plutôt positiviste. J'ai déjà dit que cet aspect n'apparaissait guère dans l'ouvrage, ce que l'on peut regretter tant la question est intéressante et importante. Une grande part des problèmes d'interprétation de la physique quantique tourne en effet autour de cette alternative. Pour la relativité, la situation reste également assez troublante. On sait par exemple qu'Einstein s'est d'abord réclamé des idées positivistes de Mach. Ce dernier a pourtant nié que la relativité soit « machienne » et, de fait, Einstein est connu pour avoir adopté par la suite des positions réalistes. Il l'a lui-même écrit plusieurs fois, et le statut presque matériel qu'il accorde à l'espace-temps en relativité (et qu'il aurait voulu pousser encore davantage dans une théorie unitaire qu'il n'a pas réussi à trouver) dénote sans aucun doute une position réaliste, même si ce réalisme n'est pas celui de Platon. Toujours est-il que le débat entre Hawking et Penrose renonce ici à l'épistémologie et à l'ontologie, et se déroule dans une arène purement technique et physique, même s'il s'agit de celle d'une physique encore à inventer.

-- Les auteurs sont en désaccord à propos de l'origine du pro-

cessus de mesure en physique quantique. Pour Hawking elle s'explique de manière intrinsèquement quantique, en termes de décohérence. Ce point de vue aujourd'hui largement répandu semble effectivement résoudre, sinon la totalité, du moins une grande part des difficultés liées à cette question. Il traduit l'impossibilité d'isoler un système du reste de l'univers, c'est-à-dire des effets macroscopiques. Une interaction du type de la mesure quantique intervient donc, par définition, lorsque l'on effectue une mesure, mais aussi dès qu'il y a un contact avec un effet macroscopique, ce qui arrive automatiquement, de manière rapide et spontanée, presque toujours (ce qui résoud automatiquement les problèmes du genre « chat de Schrödinger »). Ainsi, pour Hawking comme pour les partisans de la décohérence, si « nous observons un comportement classique, [c'est] parce que nous ne pouvons pas voir l'univers tout entier ». Il convient de préciser cependant que la décohérence, sous sa forme actuelle, ne rend pas compte du phénomène de la mesure dans sa totalité. Le problème de l'indéterminisme, notamment, reste entier.

Mais Penrose n'adopte pas ce point de vue. Il explique, en dernier ressort, le processus de mesure par l'intervention de phénomènes gravitationnels sous-jacents. Il ne précise pas ces phénomènes (sinon de manière vague par l'exemple qu'il donne dans une de ses conférences) mais, selon lui, ils existent et sont responsables du processus de « réduction du paquet d'ondes » lors d'une mesure quantique. Sur ce point, l'interprétation de Hawking rejoint un courant de pensée actuel et convaincant (du moins si l'on ne remet pas en cause la théorie quantique) alors que l'interprétation de Penrose semble tirée par les cheveux. Cela dit, compte tenu des insuffisances que la physique quantique présente de toutes façons, et de son incompatibilité avec la relativité, on sait qu'une théorie plus synthétisante est nécessaire. Il n'est alors pas saugrenu d'envisager que des explications du type de celle proposée par Penrose apparaîtront de manière naturelle. D'ailleurs, ce dernier fait remarquer certaines analogies entre ses propositions et les idées de décohérence, qui suggèrent que, dans une future théorie, les deux approches pourraient s'accorder.

– Le cheval de bataille de Hawking semble être l'hypothèse d'absence de bord pour la cosmologie. Penrose ne la récuse pas,

et déclare la trouver intéressante, mais il ne lui accorde pas les mêmes qualités que Hawking. Même s'il est prêt à l'accepter, et qu'il ne juge pas impossible qu'elle puisse un jour nous éclairer sur l'irréversibilité du temps, il souligne – et l'on ne peut éviter de le reconnaître avec lui – que ce n'est pas le cas actuellement.

– On attend du débat une contribution fondamentale au problème de l'origine de la flèche du temps, mais l'ouvrage, sur cette question, demeure également en deçà de ce que l'on aurait pu attendre. Les trous noirs semblent présenter une asymétrie, voire une irréversibilité fondamentale. La discussion à ce propos invoque leurs opposés temporels, les trous blancs : peuvent-ils exister ? La réponse de Hawking est surprenante. Alors que trou noir (qui absorbe) et trou blanc (qui émet) sont distincts, voire opposés en théorie classique (non quantique), les deux objets deviendraient selon lui indiscernables, et donc finalement identiques, en théorie quantique. Il n'y aurait donc pas lieu de faire intervenir une asymétrie du temps à propos des trous noirs, puisqu'ils deviennent identiques à leurs symétriques temporels. C'est du moins la profession de foi qu'émet Hawking, invoquant la cosmologie quantique pour la soutenir. Penrose récuse cette position en répondant que, même si les règles de la cosmologie quantique gouvernent l'univers, nous percevons quant à nous un univers classique (non quantique) et que la différence existe de fait. Il semble ici, en l'occurrence, que ce soit Penrose plutôt que Hawking qui adopte une position positiviste. Pour Penrose en tout cas, la flèche du temps se manifeste de manière fondamentale à propos des trous noirs.

Cette flèche se manifeste également en cosmologie, où Hawking l'attribue au principe de l'absence de frontières, et Penrose à l'hypothèse sur la courbure de Weyl.

Au lecteur, il revient d'explorer les développements que lui livrent les deux auteurs. Malgré leurs quelques désaccords, surtout techniques, leur dialogue pour l'essentiel n'est pas antagonique. Tout n'est certes pas éclairci et nombre d'idées sont encore vagues. Mais le lecteur devra se rappeler qu'il s'agit d'une physique en construction.

Marc Lachièze-Rey

La nature de l'espace et du temps

PRÉFACE

Avec le débat relaté dans cet ouvrage, débat entre Roger Penrose et Stephen Hawking, le programme de six mois qui s'est déroulé en 1994 à l'Institut des sciences mathématiques Isaac Newton de l'université de Cambridge a connu son point culminant. Ce débat est une discussion parfois serrée de quelques-unes des idées les plus fondamentales concernant la nature de l'univers. Inutile de dire que nous ne sommes pas au bout du chemin ; incertitudes et controverses subsistent et il reste encore amplement matière à argumentation.

Il y a environ soixante ans un débat fameux et approfondi a opposé Niels Bohr et Albert Einstein à propos des fondements de la mécanique quantique. Einstein refusait de voir dans la mécanique quantique une théorie achevée ; il la trouvait philosophiquement inadéquate et il a mené un combat acharné contre l'interprétation orthodoxe de l'École de Copenhague représentée par Bohr.

D'un certain point de vue, le débat entre Penrose et Hawking est la continuation de ce premier affrontement, Penrose reprenant le rôle d'Einstein et Hawking celui de Bohr. Les questions discutées sont aujourd'hui plus complexes et plus vastes mais elles donnent lieu à la même combinaison d'arguments techniques et de points de vue philosophiques qu'il y a soixante ans.

La théorie quantique, ou la théorie quantique des champs qui en est une version plus sophistiquée, est une théorie bien développée et techniquement féconde, même si certains, dont

Roger Penrose, restent sceptiques sur le plan philosophique. La relativité générale, qui est la théorie einsteinienne de la gravité, a elle aussi bien résisté au temps et peut s'enorgueillir de succès remarquables, même si subsistent de sérieuses difficultés concernant le rôle des singularités ou des trous noirs.

Le véritable enjeu du débat entre Hawking et Penrose est la combinaison de ces deux théories fécondes en vue de produire une théorie de la « gravité quantique ». Les problèmes conceptuels et techniques profonds ainsi soulevés constituent l'horizon des arguments échangés lors de ces conférences.

Parmi les questions fondamentales abordées, citons « la flèche du temps », les conditions initiales à la naissance de l'univers, et la manière dont les trous noirs avalent l'information. Sur toutes ces questions, et sur bien d'autres, Hawking et Penrose revendiquent des positions subtilement différentes. Les arguments sont soigneusement présentés en termes à la fois mathématiques et physiques, et la forme débat permet que s'exprime la critique de façon significative.

Bien que certains passages requièrent une compréhension technique des mathématiques et de la physique, l'essentiel de la discussion se situe à un niveau plus élevé (et plus profond), et doit intéresser un public plus vaste. Le lecteur y gagnera au moins une idée de l'envergure et de la subtilité des idées en discussion et de l'énorme défi que constitue la production d'une représentation cohérente de l'univers, prenant pleinement en compte à la fois la gravité et la théorie quantique*.

Michael Atiyah

* Les auteurs, l'éditeur et l'Institut des sciences mathématiques Isaac Newton remercient vivement les personnes suivantes pour leur participation à la préparation à la fois de la série de conférences et du livre : Matthias R. Gaberdiel, Simon Gill, Jonathan B. Rogers, Daniel R. D. Scott et Paul A. Shah.

La traductrice remercie Marc Lachièze-Rey, Jean Kaplan et Alain Laverne pour leur relecture du manuscrit et leurs conseils.

CHAPITRE PREMIER

LA THÉORIE CLASSIQUE

S. W. Hawking

Lors de ces conférences, Roger Penrose et moi-même allons exposer nos points de vue – différents bien que non sans rapports – sur la nature de l'espace et du temps. Nous parlerons à tour de rôle et prononcerons chacun trois conférences, chacune étant suivie d'une discussion. Que les choses soient claires : il s'agit là d'exposés techniques ; nous supposons que nos auditeurs possèdent des connaissances de base en matière de relativité générale et de théorie quantique.

Richard Feynman a écrit un jour un court article relatant ses aventures lors d'un congrès de relativité générale – c'était, je crois, le congrès de Varsovie de 1962. Il s'agit de commentaires fort désobligeants sur la compétence des participants et la pertinence de leurs propos. Si la relativité générale a peu de temps après gagné en réputation et en intérêt, c'est en grande partie grâce aux travaux de Penrose. Jusque-là le formalisme de la relativité générale était constitué d'un ensemble compliqué d'équations aux dérivées partielles, écrites dans un seul système de coordonnées. Lorsqu'il leur arrivait de trouver une solution à ces équations, les chercheurs étaient si contents qu'ils en oubliaient que cette solution n'avait probablement pas de signification physique. Penrose est celui qui a introduit en relativité générale des concepts modernes, tels celui de spineur, et des méthodes globales. Il a été le premier à montrer qu'on peut découvrir certaines propriétés générales sans résoudre les équations de façon exacte. C'est par l'intermédiaire de son premier théorème sur les singularités que j'ai été

introduit à l'étude de la structure causale et ce théorème a inspiré mes travaux classiques sur les singularités et les trous noirs.

Je crois que Penrose et moi sommes d'accord sur les travaux classiques. Nos divergences portent sur la manière d'aborder la gravité quantique, et de fait sur la théorie quantique elle-même. Si, pour avoir suggéré que la cohérence quantique pourrait bien être perdue, je passe aux yeux des physiciens des particules pour un dangereux révolutionnaire, je suis assurément un conservateur en comparaison de Penrose. J'adopte le point de vue positiviste selon lequel une théorie physique n'est qu'un modèle mathématique dont il est vain de se demander s'il correspond à la réalité. Tout ce que l'on peut exiger d'une théorie c'est que ses prédictions soient en accord avec l'observation. Selon moi, Penrose est fondamentalement platonicien ; mais je lui laisse le soin de répondre lui-même à la question.

Bien qu'on ait pu avancer l'idée d'une éventuelle structure discrète de l'espace-temps, je ne vois aucune raison d'abandonner les théories continuistes qui se sont révélées si fructueuses. La relativité générale est une théorie splendide, en accord avec toutes les observations réalisées à présent. Il se peut qu'elle doive être modifiée à l'échelle de Planck mais je ne pense pas que cela puisse affecter l'ensemble des prédictions obtenues ainsi. Il se peut qu'elle ne soit qu'une approximation à basse énergie d'une théorie plus fondamentale, la théorie des cordes par exemple ; je pense cependant que l'on a fait trop de cas de la théorie des cordes. Tout d'abord parce qu'il n'est pas évident que la relativité générale, combinée à d'autres champs pour former une théorie de la supergravité, ne puisse pas conduire à une théorie quantique raisonnable. On a enterré un peu trop vite la supergravité. Pendant un an tout le monde a cru que la supergravité était sans divergences ; l'année d'après la mode avait changé et tout le monde allait clamant que la supergravité devait comporter des divergences, même si, de fait, on n'en avait trouvé aucune. Je ne veux pas discuter de la théorie des cordes pour une deuxième raison : elle n'a produit aucune prédiction que l'on puisse tester. En

revanche, l'application directe de la théorie quantique à la relativité générale – ce dont je vais parler ici – a déjà produit deux prédictions susceptibles d'être testées. L'une d'elles, le développement de petites perturbations lors de l'inflation, semble avoir été confirmée par des observations récentes portant sur les fluctuations du rayonnement micro-onde du fond de l'univers. L'autre prédiction, selon laquelle les trous noirs devraient rayonner de l'énergie thermique, est susceptible, en principe, d'être testée. Il suffit pour cela de trouver un trou noir originel ; malheureusement il semble qu'il n'y en ait pas tellement dans les parages. S'il en avait existé, nous saurions comment quantifier la gravité.

Aucune de ces deux prédictions ne sera modifiée si la théorie des cordes s'avère être la théorie ultime de la nature. Mais la théorie des cordes, du moins à son stade actuel de développement, est totalement incapable d'énoncer ces deux prédictions, sauf à faire appel à la relativité générale en tant que théorie effective à basse énergie. J'ai l'intuition qu'il en sera toujours ainsi et qu'il n'y aura probablement jamais de prédiction de la théorie des cordes qui ne puisse aussi être obtenue à partir de la relativité générale ou de la supergravité. Si tel est le cas, se pose la question de savoir si la théorie des cordes est une théorie physique authentique. La beauté mathématique et la complétude peuvent-elles suffire en l'absence de prédictions vérifiables par l'observation ? Ce qui ne veut pas dire que la théorie des cordes, dans sa forme actuelle, soit belle ou complète.

Pour ces raisons je parlerai de relativité générale lors de ces conférences. Je traiterai de deux domaines où la gravité semble conduire à des caractéristiques radicalement différentes de celles des autres théories des champs. Tout d'abord, de l'idée selon laquelle la gravité est responsable du fait que l'espace-temps a eu un commencement et aura peut-être une fin. Ensuite de la découverte d'une éventuelle entropie gravitationnelle intrinsèque qui ne résulte pas d'une granulation grossière[1]. On a prétendu que ces deux prédictions ne sont que des

1. Il s'agit du procédé appelé *coarse graining* en anglais. (*N.d.T.*)

artefacts dus à l'approximation semi-classique et que la théorie des cordes, la véritable théorie quantique de la gravité, brouillera les singularités et introduira des corrélations dans le rayonnement des trous noirs telles que ce rayonnement ne soit qu'approximativement thermique au sens de la granulation grossière. Si tel était le cas, cela serait plutôt ennuyeux car la gravité ne serait qu'un champ comme les autres. Je pense pour ma part qu'elle est radicalement différente, parce qu'elle façonne elle-même la scène sur laquelle elle joue, contrairement aux autres champs qui jouent dans un décor d'espaces-temps fixe. C'est de là que vient la possibilité pour le temps d'avoir un commencement. De là vient aussi qu'il existe des régions de l'univers que l'on ne peut observer et qui donnent naissance au concept d'entropie gravitationnelle en tant que mesure de ce que nous ne pouvons connaître.

Dans la présente conférence, je vais résumer ce qui en théorie classique de la relativité générale conduit à énoncer ces idées. Dans mes deuxième et troisième conférences (chapitres III et V), je montrerai en quoi ces idées sont modifiées et élargies lorsqu'on passe à la théorie quantique. La deuxième conférence portera sur les trous noirs et la troisième sur la cosmologie quantique.

La technique qui a joué un rôle crucial dans l'exploration des singularités et des trous noirs, technique introduite par Penrose et que j'ai contribué à développer, consiste à étudier la structure globale de l'espace et du temps. Soit $I^+(p)$ l'ensemble de tous les points de l'espace-temps M qui peuvent être atteints à partir de p par des courbes du genre temps dirigées vers le futur (*fig. 1.1*). On peut se représenter $I^+(p)$ comme l'ensemble de tous les événements qui peuvent être influencés par ce qui se passe en p. Il existe une définition du même type dans laquelle + est remplacé par – et futur par passé. Je considère ces définitions comme évidentes.

Considérons maintenant la frontière $\dot{I}^+(S)$ du futur d'un ensemble S. Il est relativement facile de voir que cette frontière ne peut pas être du genre temps. Car dans ce cas, un point q juste à l'extérieur de la frontière serait dans le futur d'un point p situé juste à l'intérieur. La frontière du futur ne peut

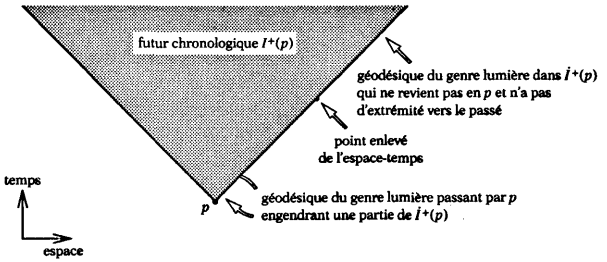


Figure 1.1. *Futur chronologique d'un point* p.

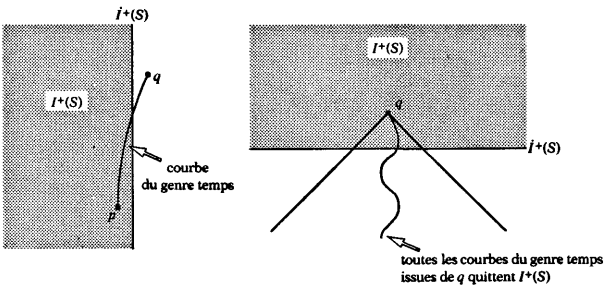


Figure 1.2. *La frontière du futur chronologique ne peut être ni du genre temps ni du genre espace.*

pas être non plus du genre espace, sauf en S lui-même. Car dans ce cas, toute courbe dirigée vers le passé issue d'un point q situé juste dans le futur de la frontière, traverserait la frontière et quitterait le futur de S – en contradiction avec le fait que q est dans le futur de S (*fig. 1.2*).

On conclut donc que la frontière du futur est du genre lumière sauf en S lui-même. Plus précisément, si q est sur le bord du futur mais n'est pas dans l'adhérence de S, il existe un segment de géodésique du genre lumière dirigé vers le passé et passant par q qui se trouve sur la frontière (*fig. 1.3*). Il se peut qu'il y ait plus d'un segment de géodésique du genre

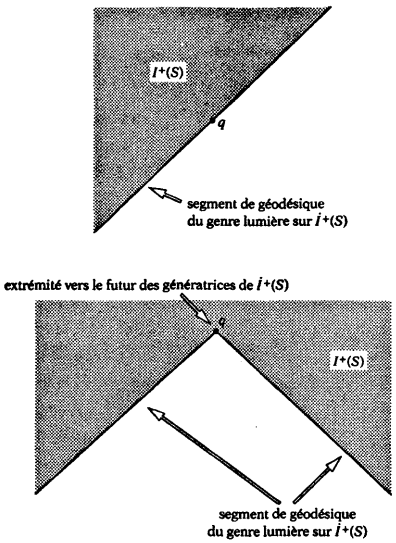


Figure 1.3. En haut : *Le point* q *est situé sur la frontière du futur, de sorte qu'il existe un segment de géodésique situé sur la frontière et passant par* q. En bas : *S'il existe plus d'un segment de ce type, le point* q *est leur extrémité vers le futur.*

lumière passant par q situé sur la frontière, mais, dans ce cas, ces segments se terminent vers le futur en q. En d'autres termes, la frontière du futur de S est engendrée par des géodésiques du genre lumière dont l'extrémité du côté du futur est située sur la frontière et qui passent par l'intérieur du futur si elles coupent une autre génératrice. Par ailleurs, les géodésiques du genre lumière qui engendrent la frontière du futur ne peuvent avoir une extrémité du côté du passé que sur S. Il est cependant possible d'imaginer des espaces-temps tels que des génératrices de la frontière du futur d'un ensemble S ne coupent jamais S. Ces génératrices peuvent ne pas avoir d'extrémité du côté du passé.

Un exemple simple d'une telle situation nous est fourni par

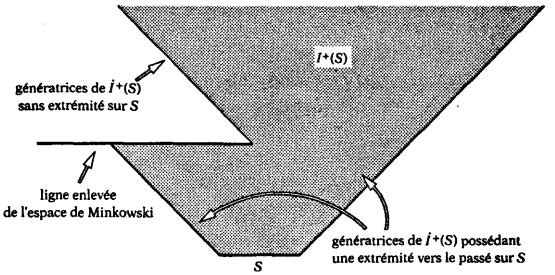


Figure 1.4. *Comme une ligne a été ôtée à l'espace de Minkowski, la frontière du futur de l'ensemble S possède une génératrice sans extrémité vers le passé.*

l'espace de Minkowski auquel on a enlevé un segment de ligne horizontale (*fig. 1.4*). Si l'ensemble S se situe dans le passé par rapport à la ligne horizontale, cette dernière fait de l'ombre et il existe des points situés juste dans le futur de la ligne qui ne sont pas dans le futur de S. Il existe une génératrice de la frontière du futur de S qui se termine dans le passé à l'extrémité de la ligne horizontale. Cependant comme l'extrémité du segment a été ôtée de l'espace-temps, cette génératrice se termine sans extrémité du côté du passé. L'espace-temps considéré est incomplet, mais on peut remédier à cet état de choses en multipliant la métrique par un facteur conforme adéquat au voisinage de l'extrémité de la ligne horizontale. Bien que très artificiels, de tels espaces-temps sont importants car ils montrent qu'il faut être précautionneux lors de l'étude de la structure causale. De fait, Roger Penrose, qui figurait au jury de mon PhD, me fit remarquer à l'époque qu'un espace du type que je viens de décrire constituait un contre-exemple invalidant certaines des affirmations de ma thèse.

Pour montrer que chaque génératrice de la frontière du futur a une extrémité du côté du passé sur l'ensemble considéré, il est nécessaire d'imposer une condition globale à la structure causale. La plus forte de ces conditions, qui est en même temps la plus importante du point de vue physique, est

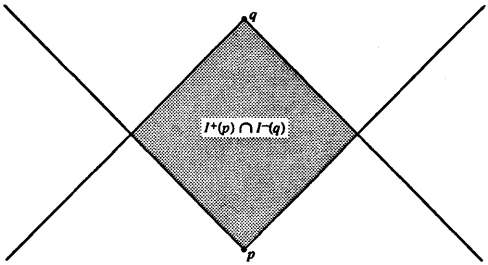


Figure 1.5. *L'intersection du passé de* p *et du futur de* q *a une adhérence compacte.*

la condition d'hyperbolicité globale. Un ensemble ouvert U est dit globalement hyperbolique si

1° pour chaque couple de points p et q de U l'intersection du futur de p et du passé de q est un espace qui a une adhérence compacte. Autrement dit, cette intersection est une région bornée en forme de diamant (*fig. 1.5*);

2° sur U la causalité forte est satisfaite. Il n'existe pas de courbe du genre temps fermée, ou presque fermée, qui soit contenue dans U.

L'importance du point de vue physique de la condition d'hyperbolicité globale vient de ce qu'elle implique qu'il existe une famille de surfaces de Cauchy $\Sigma(t)$ pour U (*fig. 1.6*). Une surface de Cauchy pour U est une surface du genre espace, ou du genre lumière, qui coupe n'importe quelle courbe du genre temps dans U une fois et une seule. On peut prédire ce qui va se passer dans U à partir de données sur la surface de Cauchy, et l'on peut formuler une théorie quantique des champs qui se comporte correctement sur une métrique de fond globalement hyperbolique. Il est moins évident que l'on puisse formuler une théorie quantique des champs raisonnable sur une métrique de fond non globalement hyperbolique. L'hyperbolicité globale est peut-être donc une nécessité d'ordre physique. Pourtant, je pense que l'on ne devrait pas la présupposer parce qu'on risque en procédant ainsi d'exclure quelque chose que la gravité essaie de nous dire. Il me semble que l'on devrait

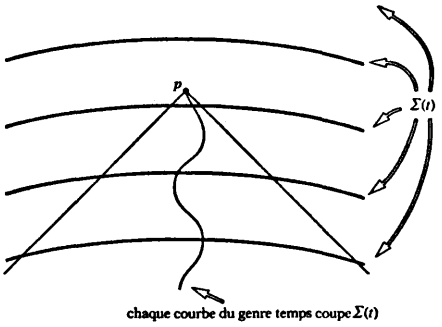


Figure 1.6. *Famille de surfaces de Cauchy pour* U.

plutôt déduire, à partir d'autres hypothèses physiquement raisonnables, que certaines régions de l'espace-temps sont globalement hyperboliques.

L'importance de l'hyperbolicité globale en ce qui concerne les théorèmes sur les singularités résulte de la considération suivante. Supposons que U soit globalement hyperbolique et soient p et q deux points de U qui peuvent être reliés par une courbe du genre temps, ou du genre lumière. Il existe alors une géodésique, du genre temps ou du genre lumière, allant de p à q qui maximalise la longueur des courbes du genre temps ou du genre lumière joignant p à q (*fig. 1.7*). La démonstration consiste à montrer que l'espace de toutes les courbes du genre temps ou du genre lumière joignant p à q est compact dans une certaine topologie. On montre alors que la longueur de la courbe est sur cet espace une fonction semi-continue bornée supérieurement. Elle doit donc atteindre son maximum et la courbe de longueur maximum est une géodésique car sinon une petite variation donnerait une courbe de longueur plus grande.

Considérons maintenant la variation au second ordre de la longueur d'une géodésique γ. On peut montrer que γ peut donner par variation une courbe plus longue s'il existe une géodésique infiniment voisine issue de p et coupant γ en un autre

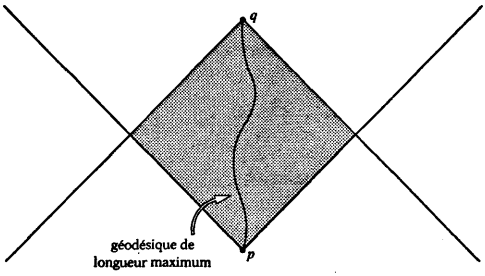


Figure 1.7. *Sur un espace globalement hyperbolique, il existe une géodésique de longueur maximum joignant un couple quelconque de points pouvant être reliés par une courbe du genre temps ou du genre lumière.*

point r situé entre p et q. Le point r est dit conjugué du point p (*fig. 1.8*). Pour illustrer ce fait, considérons deux points p et q sur la surface de la Terre. On peut, sans rien perdre en généralité, choisir pour p le pôle Nord. Comme la Terre est munie d'une métrique définie positive, et non lorentzienne, il existe une géodésique qui est de longueur minimum, et non maximum. Cette géodésique minimale est le méridien qui va du pôle Nord au point q. Mais il existe une autre géodésique joignant p à q : le méridien qui descend du pôle Nord au pôle Sud par l'arrière et remonte ensuite jusqu'en q. Cette géodésique contient un point conjugué de p qui n'est autre que le pôle Sud, point d'intersection de toutes les géodésiques issues de p. Les deux géodésiques joignant p à q ont l'une et l'autre une longueur qui est stationnaire par rapport à de petites variations. Dans le cas d'une métrique définie positive, une variation au second ordre d'une géodésique comportant un point conjugué peut donner une courbe dont la longueur de p à q est plus petite. Ainsi donc, dans l'exemple de la Terre, on peut montrer que la géodésique qui passe par le pôle Sud pour remonter jusqu'en q n'est pas la courbe dont la longueur de p à q est la plus petite. Cet exemple est trivial. Dans le cas de l'espace-temps, cependant, il est possible de montrer que, sous certaines hypothèses, il doit exister une région globalement

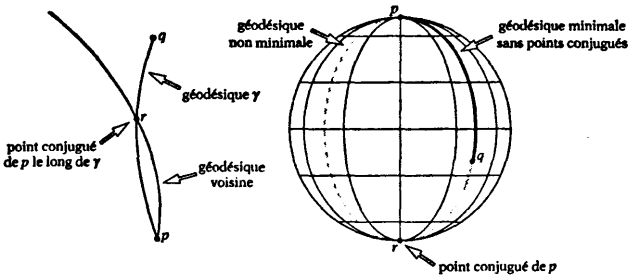


Figure 1.8. À gauche : *Si sur une géodésique il existe un point conjugué* r *entre* p *et* q, *ce n'est pas la géodésique de longueur minimum.* À droite : *La géodésique non minimale joignant* p *à* q *comporte un point conjugué, au pôle Sud.*

hyperbolique dans laquelle il doit y avoir des points conjugués sur toute géodésique joignant deux points. On a ainsi établi une contradiction ; ce qui montre que l'hypothèse de complétude géodésique, qui peut être considérée comme la définition d'un espace-temps sans singularité, est fausse.

Si l'on obtient des points conjugués dans l'espace-temps c'est parce que la gravité est une force attractive. Elle courbe l'espace-temps de telle sorte que des géodésiques voisines sont rapprochées (et non éloignées) l'une de l'autre. C'est ce que dit l'équation de Raychaudhuri (ou Newman et Penrose) écrite sous forme unifiée :

Équation de Raychaudhuri-Newman-Penrose

$$\frac{d\rho}{dv} = \rho^2 + \sigma^{ij}\sigma_{ij} + \frac{1}{n} R_{ab} l^a l^b,$$

où $n = 2$ pour des géodésiques du genre lumière
$n = 3$ pour des géodésiques du genre temps

v est ici un paramètre affine le long d'une congruence de géodésiques de vecteur tangent l^a. La quantité ρ est le taux moyen

de convergence des géodésiques ; σ mesure le cisaillement. Le terme $R_{ab}l^a l^b$ donne l'effet gravitationnel direct de la matière sur la convergence des géodésiques.

Équation d'Einstein

$$R_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} R = 8\pi T_{ab}$$

Condition d'énergie faible

$T_{ab}v^a v^b \geq 0$

pour tout vecteur du genre temps v^a.

En vertu des équations d'Einstein, cet effet est non négatif pour tout vecteur l^a si la matière obéit à ce qu'on appellera la condition d'énergie faible, selon laquelle la densité d'énergie T_{00} est non négative dans tous les référentiels ; cette condition est satisfaite par le tenseur classique énergie-impulsion de toute matière « raisonnable », par exemple un champ scalaire ou électromagnétique, ou un fluide dont l'équation d'état est raisonnable. Cette condition peut cependant être localement non satisfaite par la valeur du tenseur énergie-impulsion telle que peut la prédire la mécanique quantique. Ce point aura son importance lors de mes deuxième et troisième conférences (chapitres III et V).

Supposons que la condition d'énergie faible soit vérifiée et que les géodésiques du genre lumière issues d'un point p se mettent à converger à nouveau, et que ρ ait une valeur positive ρ_0. L'équation de Newman et Penrose implique alors que la convergence ρ devienne infinie en un point q situé à un distance mesurée à l'aide du paramètre affine inférieure à $\frac{1}{\rho_0}$, si la géodésique du genre lumière peut être prolongée jusque-là.

Si $\rho = \rho_0$ pour $v = v_0$, alors $\rho \geq \frac{1}{\rho^{-1} + v_0 - v}$. Il existe donc un point conjugué à une distance inférieure à $v = v_0 + \rho^{-1}$.

Des géodésiques du genre lumière infiniment voisines issues de p se coupent en q. Cela veut dire que le point q est conjugué de p le long de la géodésique du genre lumière γ qui les joint l'un à l'autre. Pour des points de γ situés au-delà du point conjugué q il existe une variation de γ qui donne une courbe du genre temps issue de p. γ ne peut donc être située sur la frontière du futur de p au-delà du point conjugué q. γ a une extrémité du côté du futur en tant que génératrice de la frontière du futur de p (*fig. 1.9*).

La situation est analogue en ce qui concerne les géodésiques du genre temps, à ceci près que la condition d'énergie forte, requise pour que $R_{ab}l^a l^b$ soit non négatif pour tout vecteur du genre temps l^a, est, comme son nom l'indique, sensiblement plus forte. Néanmoins, en théorie classique, cette condition est encore raisonnable du point de vue physique (du moins en moyenne). Si la condition d'énergie forte est satisfaite, et si les géodésiques issues de p se mettent à converger de nouveau, il existe un point q conjugué de p.

Condition d'énergie forte

$$T_{ab}v^a v^b \geq \frac{1}{2}\, v^a v_a T.$$

Enfin, il existe une condition générique sur l'énergie selon laquelle, premièrement, la condition d'énergie forte est satisfaite et, deuxièmement, toutes les géodésiques du genre temps, ou du genre lumière, rencontrent un point où la courbure n'est pas particulièrement dans l'alignement de la géodésique. La condition générique n'est pas satisfaite par un certain nombre de solutions exactes connues. Mais ces solutions sont assez particulières. On s'attend à ce que la condition générique soit

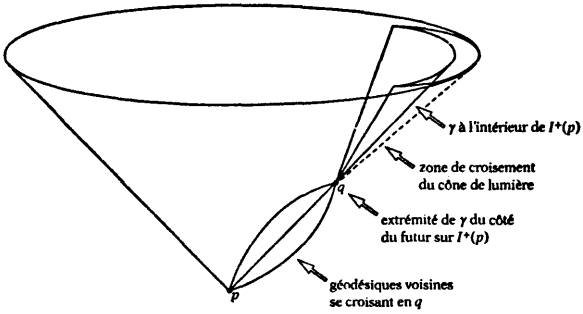

γ à l'intérieur de $I^+(p)$
zone de croisement du cône de lumière
q
extrémité de γ du côté du futur sur $I^+(p)$
géodésiques voisines se croisant en q
p

Figure 1.9. *Le point* q *est conjugué de* p *le long de la géodésique du genre lumière, en sorte qu'une géodésique du genre lumière* γ *qui relie* p *et* q *quitte la frontière du futur de* p *en* q.

satisfaite par une solution qui serait « générique » en un sens approprié. Si elle est satisfaite, toutes les géodésiques rencontrent sur leur trajet une région de focalisation gravitationnelle. En conséquence, il existe alors des couples de points conjugués dès lors que les géodésiques peuvent être prolongées assez loin dans chaque direction.

Condition générique sur l'énergie

1. La condition d'énergie forte est satisfaite.
2. Toutes les géodésiques du genre temps ou du genre lumière contiennent un point où $l_{[a}R_{b][c}l_{e]}l_{[f}l^{d}l^{g]} \neq 0$.

Normalement, on imagine une singularité de l'espace-temps comme une région où la courbure devient infiniment grande. L'inconvénient qu'il y a à prendre cet énoncé comme définition est que l'on pourrait tout aussi bien laisser de côté les points singuliers et décréter que la variété restante constitue l'espace-temps tout entier. Il vaut donc mieux définir l'espace-temps comme la variété maximale sur laquelle la métrique est convenablement régulière. On reconnaît alors les singularités au fait qu'il existe des géodésiques incomplètes qui ne peuvent

pas être étendues jusqu'à des valeurs infinies du paramètre affine.

Définition d'une singularité

Un espace-temps est singulier s'il est incomplet pour ce qui est des géodésiques du genre temps ou du genre lumière, mais ne peut être immergé dans un espace-temps plus grand.

Cette définition reflète la caractéristique la plus problématique des singularités, à savoir qu'il peut exister des particules dont l'histoire a un début ou se termine à un instant fini. Il existe des exemples de situations où l'incomplétude géodésique se produit alors que la courbure reste bornée mais on pense cependant que, de façon générique, la courbure doit diverger le long des géodésiques incomplètes. C'est là un point qu'il faut garder présent à l'esprit lorsque l'on a recours aux effets quantiques pour résoudre les problèmes soulevés par les singularités de la théorie classique de la relativité générale.

Durant les années 1965-70, Penrose et moi-même avons démontré un certain nombre de théorèmes relatifs aux singularités en utilisant les techniques que je viens de décrire. Ces théorèmes valent sous trois conditions. Tout d'abord, une condition sur l'énergie telle que les conditions d'énergie faible, forte ou la condition générique ; ensuite, une condition globale portant sur la structure causale, par exemple qu'il ne doit pas exister de courbes du genre temps fermées ; enfin, dernière condition, la gravité doit être si forte dans certaines régions que rien ne peut s'en échapper.

Théorèmes sur les singularités

1. Condition sur l'énergie.
2. Condition sur la structure globale.
3. Gravité suffisamment forte pour piéger une région.

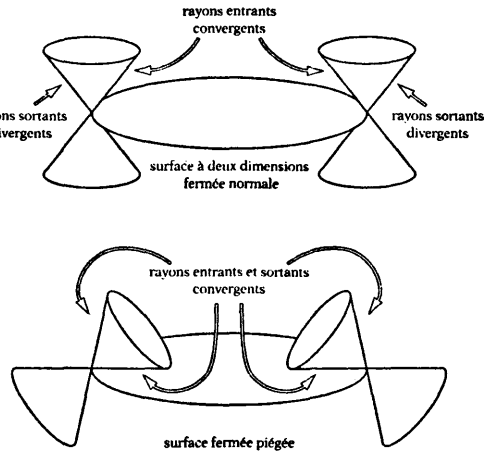


Figure 1.10. *Sur une surface fermée normale les rayons du genre lumière sortant de la surface divergent, alors que les rayons entrants convergent. Sur une surface fermée piégée les rayons du genre lumière à la fois entrants et sortants convergent.*

Cette troisième condition peut être exprimée de diverses façons. Tout d'abord il se pourrait que la section spatiale de l'univers soit fermée, car alors il n'existerait pas de région extérieure vers laquelle s'échapper. Il se pourrait aussi qu'il existe ce que l'on appelle une surface piégée fermée, c'est-à-dire une surface à deux dimensions fermée telle que les géodésiques du genre lumière à la fois sortantes et entrantes qui lui sont orthogonales convergent (*fig. 1.10*). Normalement, si l'on a une surface sphérique à deux dimensions dans l'espace de Minkowski, les géodésiques du genre lumière entrantes convergent et les sortantes divergent. Mais lors de l'effondrement d'une étoile, le champ de gravitation peut être assez fort pour que les cônes de lumière soient basculés vers l'intérieur. Cela signifie que même les géodésiques du genre lumière sortantes convergent.

Les divers théorèmes sur les singularités montrent que

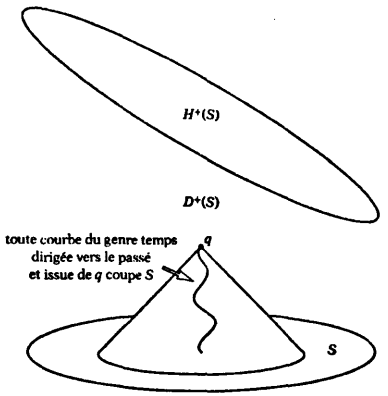


Figure 1.11. *Développement de Cauchy vers le futur* $D^+(S)$ *d'un ensemble* S *et sa frontière vers le futur, l'horizon de Cauchy* $H^+(S)$.

l'espace-temps doit être incomplet pour ce qui est des géodésiques du genre temps ou du genre lumière si différentes combinaisons des trois types de conditions sont satisfaites. On peut affaiblir l'une des conditions si l'on adopte une version plus forte des deux autres. Je vais illustrer ce point en décrivant le théorème de Hawking et Penrose. Ce théorème repose sur la condition générique sur l'énergie, la plus forte des trois conditions portant sur l'énergie. La condition globale y est relativement faible : il ne doit pas exister de courbes fermées du genre temps. Quant à la condition interdisant que quelque chose puisse s'échapper, elle est prise sous sa forme la plus générale : il doit exister soit une surface piégée, soit une 3 - surface fermée du genre espace.

Pour ne pas compliquer les choses, je ne fais qu'esquisser la démonstration dans le cas d'une 3 - surface fermée du genre espace, notée *S*. Il est possible de définir le développement de Cauchy vers le futur $D^+(S)$ comme la région des points q à partir desquels toute courbe du genre temps dirigée vers le passé coupe *S* (*fig. 1.11*). Le développement de Cauchy est la région d'espaces-temps qui peut être prédite à partir des données sur *S*.

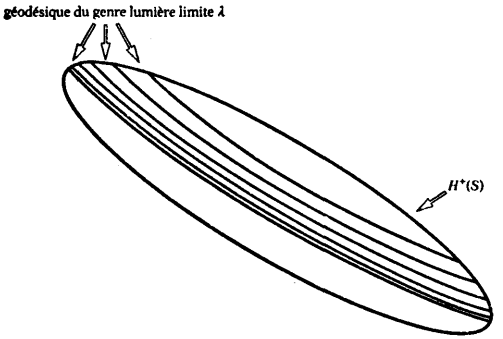


Figure 1.12. *Il existe une géodésique du genre lumière limite* λ *sur l'horizon de Cauchy qui n'a d'extrémité ni vers le passé ni vers le futur sur l'horizon de Cauchy.*

Supposons que le développement de Cauchy vers le futur soit compact. Il s'ensuit que le développement de Cauchy a une frontière vers le futur, appelée *horizon de Cauchy* et notée $H^+(S)$. Un argument analogue à celui développé dans le cas de la frontière du futur d'un point permet d'engendrer l'horizon de Cauchy par des segments de géodésiques du genre lumière sans extrémité du côté du passé. Cependant, comme on a supposé que le développement de Cauchy est compact, l'horizon de Cauchy est lui aussi compact. Cela signifie que les géodésiques du genre lumière génératrices s'enroulent indéfiniment à l'intérieur d'un ensemble compact. Elles tendent vers une géodésique du genre lumière limite, λ, qui n'a pas d'extrémité, vers le futur ou vers le passé, sur l'horizon de Cauchy (*fig. 1.12*). Mais si λ était géodésiquement complète, la condition générique sur l'énergie imposerait qu'elle contienne des points conjugués p et q. Les points situés sur λ au-delà de p et q seraient reliés par une courbe du genre temps. On aboutirait alors à une contradiction car il ne peut pas y avoir deux points de l'horizon de Cauchy qui soient séparés par un intervalle du genre temps. On en déduit que soit λ n'est pas géodésiquement complète, ce qui démontre le théo-

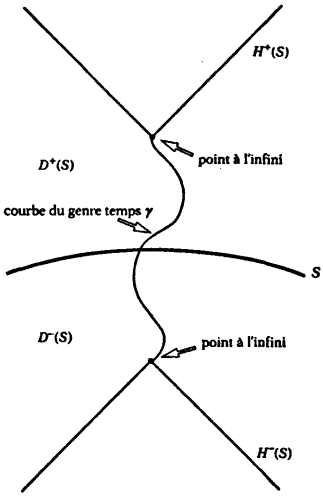


Figure 1.13. *Si le développement de Cauchy vers le futur (resp. passé) n'est pas compact, il existe une courbe du genre temps dirigée vers le futur (resp. passé) issue de* S *qui ne quitte jamais le futur (resp. passé) du développement de Cauchy.*

rème annoncé, soit le développement de Cauchy futur n'est pas compact.

Dans cette dernière éventualité on peut montrer qu'il existe une courbe du genre temps dirigée vers le futur, γ, issue de S, qui ne quitte jamais le développement de Cauchy vers le futur de S. Un argument assez semblable permet de montrer que γ peut être prolongée vers le passé par une courbe qui ne quitte jamais le développement de Cauchy vers le passé $D^-(S)$ (*fig. 1.13*). Considérons maintenant une série de points x_n sur γ tendant vers le passé et une série analogue y_n vers le futur. Pour chaque valeur de n les points x_n et y_n sont séparés par un intervalle du genre temps et appartiennent au développement de Cauchy de S globalement hyperbolique. Il existe donc une géodésique du genre temps de longueur maximum, λ_n, allant

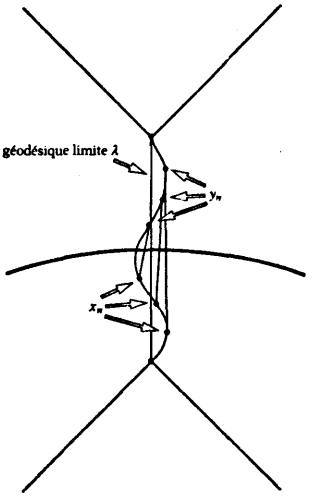


Figure 1.14. *La géodésique λ qui est la limite des λ_n doit être incomplète, car sinon elle pourrait comporter des points conjugués.*

de x_n à y_n. Toutes les λ_n croisent la surface compacte S du genre espace. Cela signifie qu'il existe une géodésique du genre temps, λ, dans le développement de Cauchy, qui est la limite des géodésiques du genre temps λ_n (*fig. 1.14*). De deux choses l'une : ou bien λ est incomplète, auquel cas le théorème est démontré ; ou bien elle contient des points conjugués du fait de la condition générique sur l'énergie. Mais dans ce dernier cas, λ_n devrait contenir des points conjugués pour n suffisamment grand – ce qui conduirait à une contradiction puisque les λ_n sont supposées être des courbes de longueur maximum. On conclut donc que l'espace-temps est géodésiquement incomplet pour ce qui est des géodésiques du genre temps ou du genre lumière. En d'autres termes : il existe une singularité.

Les théorèmes prédisent des singularités dans deux situations. En premier lieu, dans le futur, lors de l'effondrement gravitationnel des étoiles et des autres corps massifs. De telles

singularités correspondent à une extrémité du temps, du moins pour des particules se déplaçant le long des géodésiques incomplètes. L'autre situation pour laquelle sont prédites des singularités se situe dans le passé, au début de la présente expansion de l'univers. Cette considération a conduit à l'abandon des tentatives (émanant principalement des Russes) tendant à introduire une phase antérieure de contraction et un saut sans singularité dans l'expansion. Presque tout le monde pense plutôt aujourd'hui que l'univers, et le temps lui-même, ont eu un commencement lors du big bang. Il s'agit là d'une découverte bien plus importante que celle de quelques particules instables, qui cependant n'a pas été reconnue à sa juste valeur lors de la distribution des prix Nobel.

La prédiction de singularités indique que la théorie classique de la relativité générale n'est pas une théorie complète. Parce que les singularités doivent être extraites de la variété de l'espace-temps, on ne peut pas définir les équations du champ en ces points et on ne peut pas prédire ce qui sort d'une singularité. Dans le cas d'une singularité du passé, il semble qu'avoir recours à la gravité quantique est la seule façon de traiter le problème. Je reviendrai sur ce point dans ma troisième conférence (chapitre v). Les singularités qui sont prédites dans le futur semblent posséder une propriété à laquelle Penrose a donné le nom de *censure cosmique* et qui consiste en ceci que ces singularités se produisent en des endroits, des trous noirs par exemple, qui restent cachés à des observateurs extérieurs. En sorte que toute défaillance de la prédictibilité susceptible de se produire au niveau des singularités n'a aucun effet sur ce qui se passe dans le monde extérieur – du moins en théorie classique.

Censure cosmique

La Nature a horreur des singularités nues.

Cependant, comme je le montrerai la prochaine fois, en théorie quantique il existe une imprédictibilité. Elle est à

mettre en rapport avec le fait que les champs de gravitation peuvent avoir une entropie intrinsèque qui ne résulte pas simplement d'une granulation grossière. L'entropie gravitationnelle et le fait que le temps ait un commencement et puisse avoir une fin, tels sont les deux thèmes que je traiterai dans mes conférences car c'est sur ces deux modes que la gravité est un champ radicalement différent des autres champs physiques.

Qu'à la gravité soit associée une propriété qui se comporte comme l'entropie a d'abord été signalé dans le cadre de la théorie purement classique. C'est une conséquence de la *conjecture* de Penrose dite de la *censure cosmique*. Cette conjecture n'a pas été prouvée mais on pense qu'elle est vraie pour des données initiales et des équations d'état raisonnablement générales. Je vais utiliser une forme faible de la censure cosmique. On fait l'approximation qui consiste à traiter la région entourant une étoile en train de s'effondrer comme asymptotiquement plate. On peut alors, comme Penrose l'a montré, immerger la variété d'espaces-temps M dans une variété possédant une frontière $\bar{M}$ (*fig. 1.15*). La frontière ∂M est une surface du genre lumière contenant deux composantes, une vers l'infini dans le futur et l'autre vers l'infini dans le passé, notées $\mathcal{I}^+$ et $\mathcal{I}^-$. Je dis que la version faible de la censure cosmique est vérifiée si les deux conditions suivantes sont satisfaites. Premièrement, on suppose que les géodésiques du genre lumière génératrices de $\mathcal{I}^+$ sont complètes dans une certaine métrique conforme. Cela implique que les observateurs situés loin de l'effondrement vivent très vieux et ne sont pas anéantis par le maelström de la singularité émise par l'étoile en train de s'effondrer. Deuxièmement, on suppose que le passé de $\mathcal{I}^+$ est globalement hyperbolique. Cela veut dire qu'il n'existe pas de singularités nues visibles à grande distance. Penrose utilise une forme plus forte de censure cosmique qui suppose que l'espace-temps tout entier est globalement hyperbolique. La version faible suffit à mon propos.

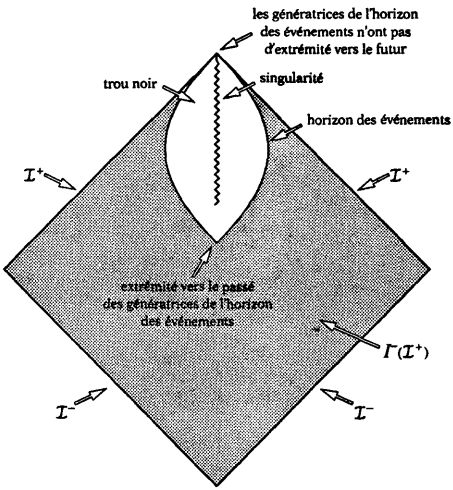


Figure 1.15. *Étoile en train de s'effondrer immergée de façon conforme dans une variété possédant une frontière.*

Censure cosmique faible

1. $\mathcal{I}^+$ et $\mathcal{I}^-$ sont complets.
2. $I^-(\mathcal{I}^+)$ est globalement hyperbolique.

Lorsque la censure cosmique faible est satisfaite, les singularités prévues dans le cas d'un effondrement gravitationnel ne peuvent être visibles depuis $\mathcal{I}^+$. Cela veut dire qu'il doit exister une région de l'espace-temps qui n'est pas dans le passé de $\mathcal{I}^+$. Cette région est appelée trou noir parce que ni la lumière ni rien d'autre ne peut s'en échapper vers l'infini. Le bord de la région du trou noir est appelé l'*horizon des événements*. Parce qu'il est également la frontière du passé de $\mathcal{I}^+$, l'horizon des événements est engendré par des segments de géodésiques du genre lumière qui peuvent avoir des extrémités du côté du passé mais n'en ont pas du côté du futur. Il s'ensuit que si la

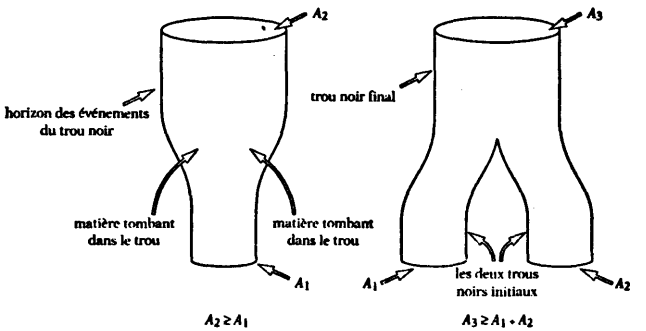


Figure 1.16. *Lorsque l'on jette de la matière dans un trou noir, ou lorsque deux trous noirs peuvent fusionner, l'aire totale des horizons des événements ne peut pas décroître.*

condition d'énergie faible est satisfaite, les génératrices de l'horizon ne peuvent pas converger – car, si tel était le cas, leurs intersections seraient à distance finie.

Cela signifie que l'aire d'une section de l'horizon des événements ne peut jamais décroître au cours du temps et qu'en général elle augmente. De plus, si deux trous noirs entrent en collision et fusionnent, l'aire du trou noir total est plus grande que la somme des aires des deux trous noirs initiaux (*fig. 1.16*). Ce comportement est tout à fait analogue à celui de l'entropie tel qu'il est régi par le deuxième principe de la thermodynamique. L'entropie non plus ne peut décroître et l'entropie d'un système composé est toujours supérieure à la somme des entropies de ses constituants.

Deuxième principe de la mécanique des trous noirs

$$\delta A \geq 0.$$

Deuxième principe de la thermodynamique

$$\delta S \geq 0.$$

Premier principe de la mécanique des trous noirs

$$\delta E = \frac{\kappa}{8\pi}\,\delta A + \Omega \delta J + \Phi \delta Q.$$

Premier principe de la thermodynamique

$$\delta E = T\delta \mathrm{S} + \mathrm{P}\delta V.$$

L'analogie avec la thermodynamique est accentuée par ce que l'on appelle le *premier principe de la mécanique des trous noirs* qui lie la variation de masse d'un trou noir à la variation de la surface de l'horizon des événements et à la variation de son moment angulaire et de sa charge électrique. Ce principe peut être comparé au premier principe de la thermodynamique, qui donne la variation d'énergie interne en fonction de la variation d'entropie et du travail extérieur exercé sur le système. On voit que si l'aire de l'horizon des événements est analogue à l'entropie, la quantité analogue à la température est alors ce que l'on appelle la gravité de surface du trou noir, notée κ. κ mesure la force du champ de gravitation sur l'horizon des événements. L'analogie avec la thermodynamique est encore renforcée par ce que l'on appelle le *principe zéro de la mécanique des trous noirs*, selon lequel la gravité de surface est la même partout sur l'horizon des événements d'un trou noir indépendant du temps.

Principe zéro de la mécanique des trous noirs

κ est la même partout sur l'horizon d'un trou noir indépendant du temps.

Principe zéro de la thermodynamique

T est la même partout pour un système en équilibre thermique.

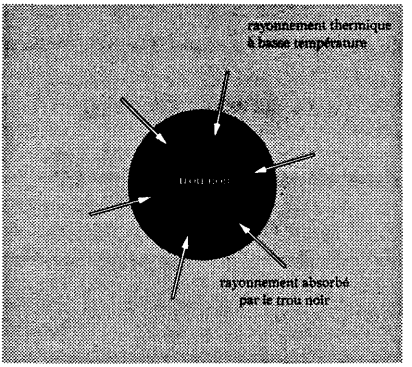


Figure 1.17. *Un trou noir en contact avec un rayonnement thermique en absorbe une partie, mais classiquement ne peut rien émettre.*

Stimulé par ces analogies, Bekenstein (1972) a suggéré l'idée qu'un certain multiple de l'aire de l'horizon des événements est réellement l'entropie d'un trou noir. Il a proposé de généraliser le deuxième principe de la façon suivante : la somme de cette entropie de trou noir et de l'entropie de la matière en dehors des trous noirs ne peut jamais décroître.

Deuxième principe généralisé

$$\delta(S + cA) \geq 0.$$

Mais cette proposition n'était pas cohérente. Si les trous noirs ont une entropie proportionnelle à l'aire de l'horizon, ils doivent aussi avoir une température non nulle proportionnelle à la gravité de surface. Considérons un trou noir qui est au contact d'un rayonnement thermique à une température inférieure à la température du trou noir (*fig. 1.17*). Le trou noir va absorber une partie du rayonnement mais sera incapable d'émettre quoi que ce soit, parce qu'en théorie classique rien

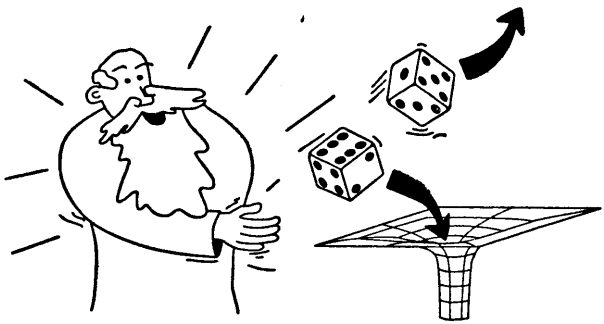


Figure 1.18.

ne peut sortir d'un trou noir. On a donc un flux de chaleur allant du rayonnement thermique à basse température vers le trou noir dont la température est plus élevée. Le second principe généralisé serait alors violé parce que la perte d'entropie du rayonnement thermique est supérieure à l'augmentation d'entropie du trou noir. Pourtant, comme nous le verrons la prochaine fois, la cohérence a été retrouvée le jour où l'on a découvert que les trous noirs émettent un rayonnement exactement thermique. Ce résultat est trop beau pour n'être que le fruit d'une coïncidence, ou une simple approximation. Il semble donc bien que les trous noirs ont effectivement une entropie gravitationnelle intrinsèque. Je montrerai que ceci doit être mis en rapport avec la topologie non triviale des trous noirs. L'existence de cette entropie intrinsèque signifie que la gravité introduit un niveau supplémentaire d'imprédictibilité, surpassant et surplombant l'incertitude habituellement associée à la théorie quantique. Einstein avait donc tort lorsqu'il disait que Dieu ne joue pas aux dés. Les trous noirs suggèrent que non seulement Dieu joue bien aux dés mais qu'il lui arrive même parfois, pour nous tromper, de les jeter là où ils ne peuvent être vus (*fig. 1.18*).

CHAPITRE II

STRUCTURE DES SINGULARITÉS D'ESPACE-TEMPS

R. Penrose

Lors de la première conférence, Stephen Hawking a parlé des théorèmes sur les singularités. Le contenu de ces théorèmes est essentiellement le suivant : sous certaines conditions physiques (globales) raisonnables, il faut s'attendre à des singularités. Ces théorèmes ne disent rien sur la nature de ces singularités, ni sur l'endroit où elles se trouvent. En revanche, ces théorèmes sont très généraux. Il est donc normal de se demander quelle est la nature géométrique d'une singularité d'espaces-temps. On suppose généralement qu'une singularité est caractérisée par le fait que la courbure y diverge. Pourtant, ce n'est pas exactement ce que les théorèmes sur les singularités impliquent, par eux-mêmes.

Il apparaît des singularités lors du big bang, dans les trous noirs et lors du big crunch (qui peut être considéré comme un rassemblement de trous noirs). Elles peuvent aussi se présenter sous forme de singularités nues. À cela se rattache ce qu'il est convenu d'appeler la *censure cosmique*, à savoir l'hypothèse selon laquelle ces singularités nues ne se produisent jamais.

Pour faire comprendre en quoi consiste l'idée de censure cosmique, je vais rappeler brièvement l'historique de la question. Le premier exemple explicite de solution des équations d'Einstein décrivant un trou noir est le nuage de poussière en voie d'effondrement d'Oppenheimer et Snyder (1939). Ce nuage contient une singularité, mais celle-ci n'est pas visible depuis l'extérieur car elle est entourée par l'horizon des évé-

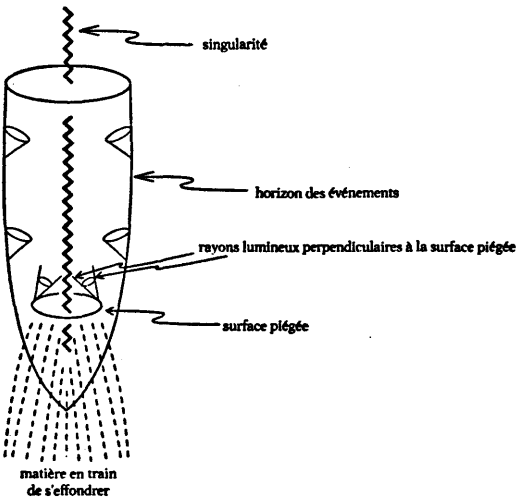


Figure 2.1. *Le nuage en voie d'effondrement d'Oppenheimer et Snyder, illustrant la notion de surface piégée.*

nements. L'horizon est la surface à l'intérieur de laquelle les événements ne peuvent pas envoyer des signaux vers l'infini. Il était tentant de voir là un modèle générique, c'est-à-dire représentant de façon générale un effondrement gravitationnel. Mais le modèle d'Oppenheimer et Snyder possède une symétrie bien particulière (en l'occurrence la symétrie sphérique) et rien ne prouvait donc qu'il fût réellement représentatif.

Comme la résolution des équations d'Einstein est en général une tâche ardue, au lieu de les résoudre on cherche à déterminer des propriétés globales qui impliquent l'existence de singularités. Par exemple, le modèle d'Oppenheimer et Snyder a une surface piégée, qui est une surface dont l'aire décroît le long des rayons lumineux qui lui sont initialement orthogonaux (*fig. 2.1*).

On peut essayer de montrer que l'existence d'une surface piégée implique qu'il existe une singularité. (Tel est le contenu

du premier théorème sur les singularités que j'ai établi en m'appuyant sur des hypothèses de causalité raisonnables, mais sans supposer de symétrie sphérique ; voir Penrose 1965.) On peut aussi obtenir des résultats analogues en supposant l'existence d'un cône de lumière convergent (Hawking et Penrose 1970 ; cela se produit quand les rayons lumineux émis dans les différentes directions à partir d'un même point se mettent, à partir d'un certain moment, à converger les uns vers les autres).

Stephen Hawking (1965) fit très tôt observer qu'il est possible de renverser mon argument initial à l'échelle cosmologique, c'est-à-dire de l'appliquer à la situation dans laquelle le sens du temps a été inversé. Une surface piégée inversée implique alors qu'il a existé une singularité dans le passé (moyennant certaines hypothèses appropriées de causalité). La surface piégée (le temps étant inversé) est alors très grande, puisqu'elle se situe à l'échelle cosmologique.

L'analyse d'un trou noir est ici ce qui nous intéresse principalement. Nous savons qu'il doit y avoir une singularité quelque part, mais pour que ce soit un trou noir il nous faut montrer que cette singularité est entourée par un horizon des événements. C'est précisément ce qu'affirme l'hypothèse de censure cosmique : essentiellement, on ne peut pas voir la singularité elle-même depuis l'extérieur. Cela veut en particulier dire qu'il existe une région qui ne peut pas émettre des signaux vers l'infini à l'extérieur. La limite de cette région est l'horizon des événements. Appliquons à cette limite un théorème énoncé par Hawking dans la conférence précédente, compte tenu de ce que l'horizon des événements est la frontière du passé des directions futures du genre lumière. On sait alors que cette limite

- est une surface du genre lumière là où elle est régulière, engendrée par des géodésiques du genre lumière ;
- contient une géodésique du genre lumière et sans extrémité en direction du futur, partant de chaque point où elle n'est pas régulière ;

et que

- l'aire des sections spatiales ne peut jamais décroître avec le temps.

De fait, on a également montré (Israel 1967, Carter 1971, Robinson 1975, Hawking 1972) que la limite asymptotique vers le futur d'un tel espace-temps est l'espace-temps de Kerr. Il s'agit là d'un résultat tout à fait remarquable, dans la mesure où la métrique de Kerr constitue une solution exacte des équations d'Einstein pour le vide. Cet argument a à voir avec la question de l'entropie d'un trou noir et j'y reviendrai en effet dans ma prochaine conférence (chapitre IV).

Nous obtenons donc bien quelque chose qui ressemble qualitativement à la solution d'Oppenheimer et Snyder, à quelques modifications près – on aboutit à la solution de Kerr et non à la solution de Schwarzschild – qui sont sans importance. Le modèle est, pour l'essentiel, assez semblable à celui d'Oppenheimer et Snyder.

Cependant, c'est sur l'hypothèse de censure cosmique que se fondent les arguments précis. De fait la censure cosmique joue un rôle très important car toute la théorie en dépend et sans elle nous obtiendrions des choses affreuses à la place d'un trou noir. Il faut donc absolument se poser la question de savoir si elle est vraie. À une certaine époque j'ai pensé que cette hypothèse pourrait être fausse et j'ai fait diverses tentatives pour lui trouver des contre-exemples. (Stephen Hawking a affirmé un jour que le fait que j'aie essayé et ne sois pas parvenu à montrer qu'elle était fausse constituait la preuve la plus forte de la justesse de cette hypothèse – c'est à mon sens un argument bien faible !)

Je me propose de discuter la censure cosmique dans le contexte de certaines idées relatives aux points *idéaux* des espaces-temps (ces concepts ont été introduits par Seifert 1971, et Geroch, Kronheimer et Penrose 1972). L'idée fondamentale est que l'on doit incorporer à l'espace-temps des « points singuliers » véritables et des « points à l'infini », les *points idéaux*. Il me faut ici introduire le concept d'EPI, c'est-à-dire d'*ensemble-passé indécomposable*. Un « ensemble-passé » est un ensemble qui contient son propre passé ; il est « indécomposable » s'il ne peut pas être divisé en deux ensembles-passé dont aucun ne contienne l'autre. Un théorème énonce que l'on peut aussi décrire un EPI quelconque

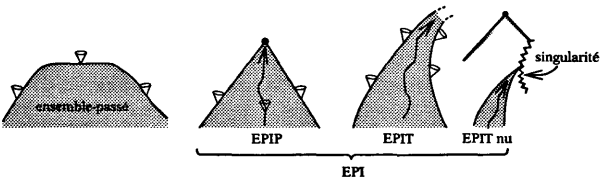


Figure 2.2. *Ensemble-passé, EPIP et EPIT.*

comme le passé d'une certaine courbe du genre temps (*fig. 2.2*).

Il existe deux catégories d'EPI, les EPIP et les EPIT. Un EPIP est un EPI *propre*, c'est-à-dire le passé d'un point de l'espace-temps. Un EPIT est un EPI *terminal*, qui n'est pas le passé d'un véritable point de l'espace-temps. Les EPIT définissent les points idéaux futurs. De plus, parmi les EPIT il faut distinguer ceux pour lesquels le point idéal est « à l'infini » (auquel cas il existe une courbe du genre temps de longueur propre infinie) qui engendre l'EPI – EPIT-∞ – et ceux pour lesquels le point idéal est une *singularité* (toute courbe du genre temps qui engendre la singularité a alors une longueur propre finie) – EPIT singulier. Il est clair que tous ces concepts s'appliquent de façon analogue à des ensembles-futur (plutôt que passé). Dans ce cas on obtient des EFI (futurs indécomposables) qui se divisent en EFIP et EFIT, les EFIT étant eux-mêmes subdivisés en EFIT-∞ et EFIT singuliers. Je fais remarquer que pour que tout ceci marche il faut supposer, de fait, qu'il n'existe pas de courbes du genre temps fermées – en réalité, on doit imposer une condition marginalement plus faible : il n'existe pas deux points qui aient le même futur ou le même passé.

Comment décrire les singularités nues et l'hypothèse de censure cosmique dans ce contexte ? Il faut tout d'abord que l'hypothèse de censure cosmique n'exclue pas le big bang (sinon la cosmologie serait vraiment dans l'embarras). Or les choses sortent toujours du big bang et n'y tombent jamais. On peut donc essayer de définir une singularité nue comme quelque chose de tel qu'une courbe du genre temps puisse à la fois y

entrer et en sortir. Le problème du big bang est alors automatiquement réglé : on ne le compte pas comme une singularité nue. Dans ce contexte, on peut définir un EPIT *nu* comme un EPIT qui est contenu dans un EPIP. Il s'agit là d'une définition essentiellement locale, c'est-à-dire ne requérant pas que l'observateur soit à l'infini. Il s'avère (Penrose 1979) qu'exclure les EPIT nus impose dans un espace-temps la même condition si l'on remplace « passé » par « futur » dans la définition ci-dessus (exclusion des EFIT nus). L'hypothèse selon laquelle des EPIT nus (ou, de façon équivalente, des EFIT nus) ne se produisent pas dans les espaces-temps génériques porte le nom d'hypothèse de la *censure cosmique forte*. Intuitivement, cette hypothèse signifie qu'un point singulier (ou un point à l'infini) – l'EPIT considéré – ne peut pas simplement « apparaître » au milieu d'un espace-temps de telle façon qu'il soit « visible » en un point fini – le vertex de l'EPIP considéré. Ne pas imposer à l'observateur d'être à l'infini est raisonnable dans la mesure où l'on ne sait pas si, dans un espace-temps donné, il existe vraiment un infini. De plus, si l'hypothèse de censure cosmique forte se trouvait violée, on pourrait, à un instant fini, observer une particule réellement en train de tomber dans une singularité où les règles de la physique cessent de valoir (ou atteindre l'infini, ce qui ne vaut guère mieux). L'expression dans ce langage de l'hypothèse de *censure cosmique faible* s'obtient alors en remplaçant les EPIP par des EPIP-∞.

L'hypothèse de censure cosmique forte implique qu'un espace-temps générique avec de la matière, soumis à des équations d'état raisonnables (par exemple, le vide), peut être prolongé en un espace-temps libre de singularités nues (d'EPIT singuliers nus). On montre (Penrose 1979) que l'exclusion des EPIT nus est équivalente à la condition d'hyperbolicité globale, ou encore que l'espace-temps est tout le domaine de dépendance d'une certaine surface de Cauchy (Geroch 1970). Remarquons que cette formulation de la censure cosmique forte est manifestement symétrique dans le temps : on peut échanger le passé et le futur en échangeant les EPI et les EFI.

En général on a besoin de conditions additionnelles desti-

nées à écarter les *coups de foudre*. Par coup de foudre, il faut entendre une singularité qui atteint l'infini du genre lumière, détruisant l'espace-temps sur son chemin (cf. Penrose 1978, fig. 7). Il n'est pas besoin pour cela que la censure cosmique, telle qu'elle vient d'être énoncée, soit violée. Il existe des versions plus fortes de la censure cosmique qui traitent ce cas (Penrose 1978 ; condition CC4).

Mais revenons à la question de savoir si la censure cosmique est vraie. Nous remarquons tout d'abord qu'elle n'est probablement pas vraie en théorie de la gravité quantique. En particulier, les trous noirs en explosion (dont Stephen Hawking parlera plus tard) conduisent à des situations où la censure cosmique semble ne pas être respectée.

En relativité générale classique, il existe des résultats plaidant pour l'une ou l'autre des deux possibilités. Lors de l'un de mes essais pour infirmer la censure cosmique, j'ai obtenu un certain nombre d'inégalités qui devraient être vérifiées si la censure cosmique est vraie (Penrose 1973). De fait, elles se sont trouvées satisfaites (Gibbons 1972) – ce qui semble conforter l'idée qu'il y a quelque chose de vrai dans la censure cosmique. À cela, du côté négatif, on peut opposer d'une part quelques exemples spécifiques (qui cependant ne respectent pas la condition de généricité) et d'autre part une preuve numérique schématique sujette à controverse. De plus, des indications, dont je n'ai eu connaissance que très récemment – en réalité Gary Horowitz ne m'en a parlé qu'hier – tendent à prouver que certaines des inégalités mentionnées ne valent plus si la constante cosmologique est positive. Personnellement j'ai toujours pensé que la constante cosmologique devait être nulle ; mais si la censure cosmique dépendait du fait que la constante cosmologique est, disons, non positive, cela serait très intéressant. En particulier, il pourrait exister une relation mystérieuse entre la nature des singularités et la nature de la surface à l'infini. La surface à l'infini est du genre espace si la constante cosmologique est positive, mais du genre lumière si elle vaut zéro. En conséquence, les singularités pourraient quelquefois se révéler du genre temps (ce qui signifie nues, c'est-à-dire ne respectant pas la censure cosmique) si la

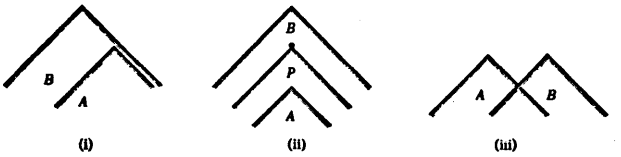


Figure 2.3. *Relations causales entre EPI* (i) ; A *précède causalement* B ; (ii) A *précède chronologiquement* B ; (iii) A *et* B *sont séparés par un intervalle du genre espace.*

constante cosmologique est positive ; mais peut-être les singularités ne peuvent-elles pas être du genre temps (c'est-à-dire qu'elles respectent la censure cosmique) si la constante cosmologique vaut zéro.

Afin de déterminer la nature, du genre temps ou du genre espace, des singularités, je vais expliciter les relations causales entre les EPI. En généralisant la causalité entre points, on peut dire qu'un EPI A précède causalement un EPI B si $A \subset B$ et que A précède chronologiquement B, s'il existe un EPIP P tel que $A \subset P \subset B$. On dira que A et B sont séparés par un intervalle du genre espace si aucun des deux ne précède l'autre (*fig. 2.3*).

On peut interpréter la censure cosmique forte en disant qu'elle implique que les singularités ne soient jamais du genre temps. Les singularités du genre espace (ou du genre lumière) peuvent être de type passé ou futur. Il s'ensuit que si la censure cosmique est valable, les singularités se répartissent entre deux classes :

(P) de type passé, définies par des EFIT ;

(F) de type futur, définies par des EPIT.

Des singularités nues feraient fusionner les deux possibilités en une seule puisqu'une singularité nue pourrait être en même temps un EPIT et un EFIT. La séparation des deux classes est donc bien une conséquence de la censure cosmique. Les trous noirs et le big crunch (s'il existe) sont des exemples de singularités de la classe (F) ; le big bang et peut-être les trous blancs (s'ils existent) appartiennent à la classe (P). Je ne pense pas vraiment que le big crunch soit susceptible de se produire

(cela pour des raisons idéologiques sur lesquelles je reviendrai dans ma conférence finale) ; quant aux trous blancs ils sont encore plus improbables dans la mesure où ils contreviennent au second principe de la thermodynamique.

Il se peut que les deux types de singularités soient soumises à des lois totalement différentes. Il se peut que les lois de la gravité quantique dans leur cas doivent être très différentes. Je pense que Stephen Hawking n'est pas d'accord avec moi sur ce point [SWH : « Oui ! »] ; mais je considère que

(1) le second principe de la thermodynamique,

(2) les observations portant sur l'univers à ses débuts (par exemple COBE), indiquant que celui-ci était très uniforme,

(3) l'existence des trous noirs (virtuellement observés) témoignent en faveur de cette proposition.

(1) et (2) indiquent que la singularité du big bang fut très uniforme et (1) qu'elle ne présente pas de trous blancs (car les trous blancs contreviennent violemment au second principe de la thermodynamique). Des lois très différentes doivent donc valoir pour les singularités des trous noirs (3). Pour décrire cette différence de façon plus précise, il faut se souvenir que la courbure de l'espace-temps est décrite par le tenseur de Riemann R_{abcd}, lequel est la somme du tenseur de Weyl C_{abcd} (décrivant les distorsions initiales qui conservent le volume au premier ordre ; *fig. 2.4*) et d'une partie équivalente au tenseur de Ricci R_{ab} (multiplié par la métrique g_{cd} avec des indices

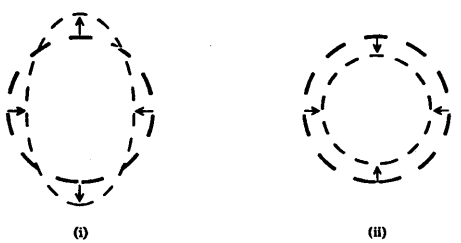


Figure 2.4. *Effets d'accélération de la courbure d'espaces-temps :*
(i) *effet de marée dû à la courbure de Weyl ;*
(ii) *diminution de volume due à la courbure de Ricci.*

judicieusement choisis), décrivant des distorsions engendrant une diminution de volume (*fig. 2.4*).

Dans les modèles cosmologiques standard (dus à Friedmann, Lemaître, Robertson et Walker; voir, par exemple, Rindler 1977), le big bang a un tenseur de Weyl qui s'annule. (Réciproquement, et comme l'a montré R.P.A.C. Newman, un univers présentant une singularité initiale de type conformément régulier avec un tenseur de Weyl qui s'annule doit être, moyennant des équations d'état convenables, un univers de type Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker; voir Newman 1993.) Par ailleurs les singularités des trous noirs / blancs ont (dans le cas générique) des tenseurs de Weyl qui divergent. Ce qui suggère l'hypothèse suivante, appelée

Hypothèse de la courbure de Weyl

- les singularités de type initial (P) sont soumises à la contrainte d'avoir un tenseur de Weyl qui s'annule;
- les singularités de type final (F) ne sont pas soumises à une contrainte.

Cette hypothèse est en accord étroit avec ce que l'on voit. Si l'univers est fermé, la singularité finale (le big crunch) aura un tenseur de Weyl qui diverge; dans un univers ouvert, les trous noirs créés ont aussi un tenseur de Weyl qui diverge (*fig. 2.5*).

Cette hypothèse est par ailleurs confortée par le fait que la contrainte exigeant que l'univers primordial ait été relativement régulier et libre de trous blancs réduit le volume de l'espace des phases dans l'univers à ses débuts par un facteur d'au moins

$$10^{10^{123}}.$$

(Ce nombre correspond au volume de l'espace des phases disponible pour un trou noir de 10^{80} baryons, tel qu'il est déduit de la formule de Bekenstein et Hawking pour l'entropie d'un trou noir – Bekenstein 1973, Hawking 1975; l'univers comprend au moins autant de matière.)

Il faut donc qu'une loi existe, qui oblige un résultat aussi

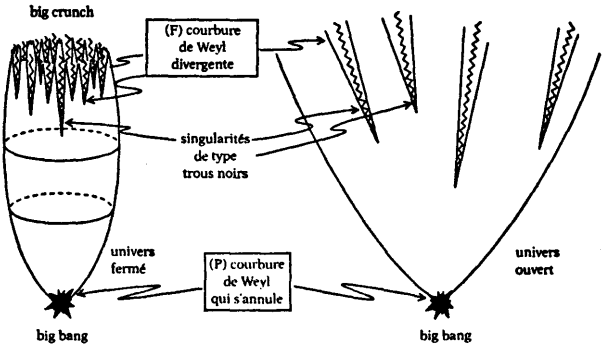


Figure 2.5. *Hypothèse de la courbure de Weyl : les singularités initiales (big bang) sont soumises à la contrainte d'avoir une courbure de Weyl qui s'annule alors que pour les singularités finales on s'attend à une forte courbure de Weyl.*

peu probable à se produire ! L'hypothèse de la courbure de Weyl fournit une loi de ce type.

QUESTIONS ET RÉPONSES

Question : Pensez-vous que la gravité quantique supprime les singularités ?

Réponse : Je ne pense pas que cela puisse se passer exactement ainsi. Si c'était le cas, le big bang aurait résulté d'un univers antérieurement en effondrement. Il faut alors se demander comment cette phase antérieure aurait pu avoir une entropie aussi faible. Adopter cette représentation c'est sacrifier la meilleure chance que nous ayons d'expliquer le second principe. De plus, les singularités des univers en effondrement et en expansion devraient être d'une façon ou d'une autre unifiées ; or elles semblent bien avoir des géométries très différentes. Une véritable théorie de la gravité quantique devra remplacer notre conception actuelle de l'espace-temps au

niveau d'une singularité par une autre permettant de parler sans ambiguïté de ce que nous appelons une singularité en théorie classique. L'espace-temps en une singularité ne devrait pas simplement être non singulier; il devrait être quelque chose de radicalement différent.

CHAPITRE III

TROUS NOIRS QUANTIQUES

S. W. Hawking

Lors de cette deuxième conférence, je vais parler de la théorie quantique des trous noirs. Celle-ci semble conduire à un nouveau degré d'imprédictibilité en physique, au-dessus et par-delà l'incertitude habituellement associée à la mécanique quantique. Et ce, parce que les trous noirs semblent avoir une entropie intrinsèque et perdre de l'information provenant de notre région de l'univers. Ces affirmations, il faut le dire, sont controversées : beaucoup de ceux qui travaillent en gravité quantique, ce qui inclut presque tous ceux qui y sont arrivés par le biais de la physique des particules, rejettent d'instinct l'idée que l'information sur l'état quantique d'un système physique puisse être perdue. Pourtant, leurs efforts pour montrer comment l'information peut sortir d'un trou noir n'ont guère été concluants. Je crois qu'au bout du compte ils seront obligés d'accepter ma suggestion selon laquelle de l'information est perdue, de même qu'ils ont été obligés de convenir que les trous noirs rayonnent, à l'encontre de leurs préconceptions.

Je commence par vous remettre en mémoire la théorie classique des trous noirs. Nous avons vu, lors de ma conférence précédente, que la gravité est toujours attractive, du moins dans des situations normales. Si la gravité avait été parfois attractive et parfois répulsive, comme c'est le cas pour l'électrodynamique, nous ne l'aurions jamais remarquée car elle est environ 10^4 fois plus faible que cette dernière. C'est uniquement parce que la gravité a toujours le même signe que la force de gravitation entre les particules de deux corps macrosco-

piques, tels que nous-mêmes ou la Terre, finissent en s'ajoutant par donner une force sensible.

Le fait que la gravité soit attractive signifie qu'elle tend à rassembler la matière de l'univers pour former des objets tels que les étoiles et les galaxies. Ceux-ci peuvent, pendant un certain temps, se supporter eux-mêmes et résister à la poursuite de la contraction, grâce au phénomène de pression thermique dans le cas des étoiles, ou par rotation et mouvements internes dans le cas des galaxies. Mais, finalement, la chaleur ou le moment angulaire ayant été évacués, l'objet considéré se met à rétrécir. Si la masse est inférieure à environ une fois et demi celle du Soleil, la contraction peut être stoppée par la pression de dégénérescence des électrons ou des neutrons. L'objet se stabilise, donnant une naine blanche et une étoile respectivement. Mais si la masse est supérieure à cette valeur limite, l'objet n'est plus « tenu » et rien ne l'empêche de continuer à se contracter. Quand l'objet, à force de rétrécir, atteint une certaine taille critique, le champ de gravitation à sa surface est si intense que les cônes de lumière se trouvent inclinés vers l'intérieur, comme sur la figure 3.1. J'aurais aimé pouvoir vous montrer un dessin en quatre dimensions. Mais en raison des restrictions budgétaires l'université de Cambridge ne peut se payer que des écrans à deux dimensions. C'est pourquoi j'ai porté le temps le long de l'axe vertical et utilisé la perspective pour représenter deux des trois directions d'espace. On voit que même les rayons lumineux émergents sont courbés les uns vers les autres et finissent par converger au lieu de diverger. Cela signifie qu'il existe une surface fermée piégée, ce qui constitue l'une des trois conditions de validité du théorème de Hawking et Penrose.

Si la conjecture sur la censure cosmique est exacte, la surface piégée et la singularité qu'elle prédit ne peuvent pas être visibles depuis un point éloigné. Il doit donc exister une région de l'espace-temps dont il n'est pas possible de s'échapper vers l'infini. À cette région on donne le nom de trou noir. Sa bordure est appelée horizon des événements ; c'est une surface du genre lumière formée par les rayons lumineux qui ne parviennent tout juste pas à s'échapper vers l'infini. Nous avons

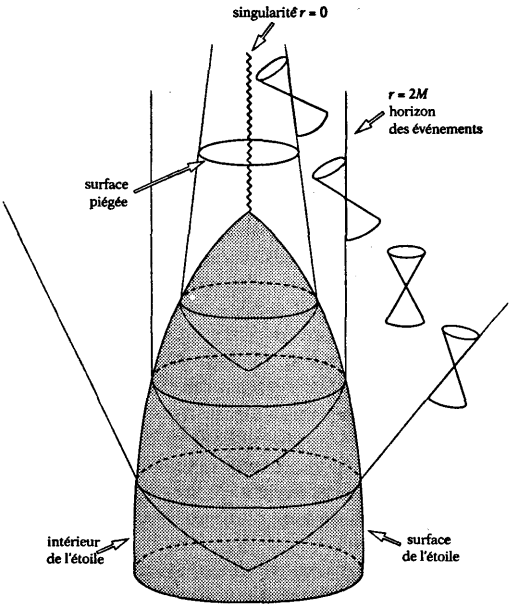


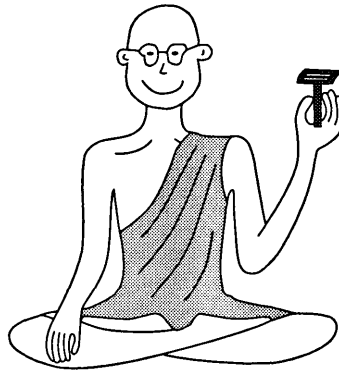
Figure 3.1. *Représentation dans l'espace-temps de l'effondrement d'une étoile donnant lieu à la formation d'un trou noir. On a indiqué l'horizon des événements et une surface piégée fermée.*

vu, lors de ma première conférence, que l'aire d'une section de l'horizon des événements ne peut jamais décroître, du moins en théorie classique. Cette circonstance, jointe aux résultats de calculs en perturbation dans le cas d'un effondrement sphérique, conduit à penser que les trous noirs se stabilisent à un certain moment dans un état stationnaire. Le théorème sur l'absence de poils, démontré conjointement par Israel, Carter, Robinson et moi-même, montre que les seuls trous noirs stationnaires en l'absence de champs de matière sont les solutions de Kerr. Celles-ci sont caractérisées par deux paramètres, la masse M et le moment angulaire J. Le théorème

sur l'absence de poils a été prolongé par Robinson de manière à inclure le cas où il existe un champ électromagnétique. Un troisième paramètre doit alors être ajouté, la charge électrique Q (*voir encadré ci-contre*). Le théorème n'a pas été démontré pour le champ de Yang et Mills ; mais apparemment la seule différence vient de ce que l'on doit ajouter un ou plusieurs entiers aux indices qui caractérisent une famille discrète de solutions instables. On peut montrer qu'il n'y a plus de degrés de liberté continus dans le cas des trous noirs indépendants du temps de type Einstein, Yang et Mills.

Le théorème sur l'absence de poils montre qu'une grande partie de l'information est perdue lorsqu'un corps s'effondre pour former un trou noir. Le corps en train de s'effondrer est décrit par un très grand nombre de paramètres, à savoir les différents types de matière et les moments multipolaires de la distribution de masse. Pourtant le trou noir qui se forme à partir de ce corps est complètement indépendant du type de matière et perd rapidement tous ses moments multipolaires à l'exception des deux premiers : le moment monopolaire qui n'est autre que la masse et le moment dipolaire, c'est-à-dire le moment angulaire.

Cette perte d'information n'avait guère d'importance en théorie classique. On pouvait toujours penser que toute l'information relative au corps en train de s'effondrer était encore présente à l'intérieur du trou noir. Certes il aurait été très difficile à un observateur extérieur au trou noir de dire à quoi ressemble le corps qui s'effondre. Mais, en théorie classique, c'était encore possible en principe. L'observateur était censé ne jamais vraiment perdre de vue le corps en train de s'effondrer. Celui-ci semblait ralentir et devenir de moins en moins lumineux au fur et à mesure qu'il approchait de l'horizon des événements. L'observateur pouvait encore voir de quoi était fait le corps et comment était répartie la masse. Mais la théorie quantique a changé tout cela. Tout d'abord le corps en train de s'effondrer n'envoie qu'un nombre limité de photons avant de traverser l'horizon des événements. Ces photons ne suffisent pas à transporter toute l'information relative au corps qui s'effondre. Autrement dit, en théorie quantique, il est impos-



Le théorème sur l'absence de poils. Les trous noirs stationnaires se caractérisent par la masse M, le moment angulaire J et la charge électrique Q.

sible à un observateur extérieur de mesurer l'état du corps qui s'effondre. On pourrait croire que cela n'a guère d'importance car l'information pourrait très bien se trouver encore à l'intérieur du trou noir même s'il n'est pas possible de la mesurer depuis l'extérieur. Mais c'est ici qu'intervient un second effet produit par la théorie quantique sur les trous noirs. Comme je vais le montrer, la théorie quantique oblige les trous noirs à rayonner et perdre de leur masse. Il semble que les trous noirs finissent par disparaître complètement, emportant avec eux l'information contenue en leur intérieur. J'avancerai des arguments prouvant que cette information est bien réellement perdue et ne réapparaît pas sous une autre forme. Je montrerai que cette perte d'information devrait introduire en physique un nouveau niveau d'incertitude au-dessus et par-delà l'incertitude habituellement associée à la théorie quantique. Malheureusement, tout comme le principe d'incertitude de Heisenberg, la confirmation expérimentale de ce niveau supplémentaire est assez difficile à obtenir dans

le cas des trous noirs. Mais dans ma troisième conférence (chapitre v) je soutiendrai l'idée qu'en un sens nous avons peut-être déjà observé ce niveau lors des mesures des fluctuations du fond cosmique.

Le fait que la théorie quantique oblige les trous noirs à rayonner a d'abord été découvert en appliquant la théorie quantique sur la métrique d'un trou noir formé par effondrement. Pour comprendre ce point il est utile d'avoir recours à ce que l'on appelle généralement des diagrammes de Penrose. Mais Penrose lui-même serait d'accord, je pense, pour dire qu'ils devraient être appelés diagrammes de Carter car Carter a été le premier à en faire un usage systématique. Lors d'un effondrement sphérique, l'espace-temps ne dépend pas des angles θ et ϕ. Toute la géométrie se situe dans le plan r-t. Comme tout plan de dimension deux est conforme à l'espace plat, on peut représenter la structure causale par un diagramme où les lignes du genre lumière du plan r-t sont à $\pm$ 45° de la verticale.

Commençons avec l'espace plat de Minkowski. Son diagramme de Carter-Penrose est un triangle dressé sur une de ses pointes (*fig. 3.2*). Les deux côtés obliques à droite correspondent aux infinis du genre lumière dans le passé et dans le futur dont il a été question dans ma première conférence. Ils sont en réalité à l'infini mais toutes les distances sont raccourcies par un facteur conforme au fur et à mesure que l'on approche l'infini du genre lumière passé ou futur. Chaque point de ce triangle correspond à une 2-sphère de rayon r. $r = 0$ sur la verticale à gauche, qui représente le centre de symétrie, et $r \to \infty$ sur la droite du diagramme.

Il est facile de voir sur ce diagramme que chaque point de l'espace de Minkowski est dans le passé de l'infini futur du genre lumière $\mathcal{I}^+$. Il n'y a donc ni trou noir, ni horizon des événements. Cependant si on a affaire à un corps sphérique en train de s'effondrer, le diagramme est sensiblement différent (*fig. 3.3*). Il a la même allure dans le passé que le précédent mais le sommet du triangle a maintenant été tronqué et remplacé par une frontière horizontale. Il s'agit de la singularité prédite par le théorème de Hawking et Penrose. On voit qu'il

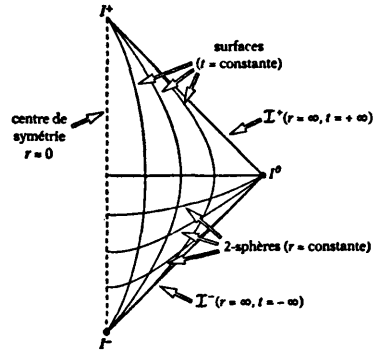


Figure 3.2. *Diagramme de Carter-Penrose pour l'espace de Minkowski.*

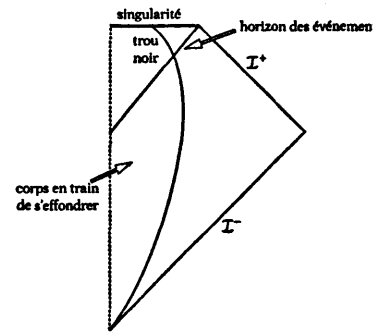


Figure 3.3. *Diagramme de Carter-Penrose pour une étoile qui s'effondre pour former un trou noir.*

existe maintenant des points situés sous la ligne horizontale qui ne sont pas dans le passé de l'infini futur du genre lumière $\mathcal{I}^+$. Autrement dit, il y a un trou noir. L'horizon des événements, la frontière du trou noir, est une oblique qui part du coin en haut à droite et rencontre la verticale correspondant au centre de symétrie.

Sur cette métrique de fond, il est possible d'envisager un champ scalaire ϕ. Si l'espace-temps ne dépendait pas du temps, une solution de l'équation d'onde, qui ne contiendrait que des fréquences positives sur $\mathcal{I}^-$, serait aussi de fréquence positive sur $\mathcal{I}^+$. Cela voudrait dire qu'il n'y aurait pas de création de particule et qu'il n'y aurait pas de particules émergentes sur $\mathcal{I}^+$ s'il n'y avait pas de particules scalaires initialement.

Mais la métrique dépend du temps durant l'effondrement. Il s'ensuit qu'une solution qui est de fréquence positive sur $\mathcal{I}^-$ sera en partie de fréquence négative au moment où elle atteindra $\mathcal{I}^+$. Il est possible de calculer ce mélange en prenant une onde dont la dépendance en temps est $e^{-i\omega u}$ sur $\mathcal{I}^+$ et en la faisant se propager jusqu'en $\mathcal{I}^-$. Si l'on procède ainsi, on s'aperçoit qu'une partie de l'onde qui passe au voisinage de l'horizon est fortement décalée vers le bleu. Il se trouve, et c'est là un fait remarquable, que le mélange, à la limite des temps largement postérieurs, est indépendant des détails du processus d'effondrement. Le mélange ne dépend que de la gravité de surface κ, laquelle mesure l'intensité du champ de gravitation sur l'horizon du trou noir. Le mélange de fréquences positives et négatives conduit à la création de particules.

Lorsque j'ai étudié cet effet pour la première fois, en 1973, je m'attendais à trouver une émission brutale pendant l'effondrement s'éteignant progressivement pour ne laisser finalement qu'un trou noir vraiment noir. À ma grande surprise, je me suis aperçu qu'après la phase d'explosion durant l'effondrement, il restait encore un taux d'émission et de création de particules assez soutenu. De plus, l'émission était exactement thermique, correspondant à une température égale à $\frac{\kappa}{2\pi}$. C'est exactement ce qu'il fallait pour donner corps à l'idée que le trou noir a une entropie proportionnelle à l'aire de son horizon des événements. De plus, le résultat obtenu permettait de fixer la constante de proportionnalité à un quart en unités de Planck, avec $G = c = \hbar = 1$. L'unité de surface d'aire est alors 10^{-66} cm^2, en sorte qu'un trou noir dont la masse serait celle du Soleil aurait une entropie de l'ordre de 10^{78}. Ce résultat reflète l'énormité du nombre de façons différentes de fabriquer un tel trou noir.

Rayonnement thermique du trou noir

$$\text{Température } T = \frac{\kappa}{2\pi}$$

$$\text{Entropie } S = \frac{1}{4} A.$$

Au moment de ma première découverte du rayonnement émis par les trous noirs, le fait qu'un calcul aussi peu soigné puisse conduire à une émission exactement thermique pouvait sembler relever du miracle. Un travail réalisé en collaboration avec Jim Hartle permit de mettre au jour la raison profonde de ce miracle. Pour expliquer ce point, je partirai de la métrique de Schwarzschild.

Métrique de Schwarzschild

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2$$

$$+ r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2).$$

Cette métrique représente le champ de gravitation qu'un trou noir créerait autour de lui s'il n'était pas en rotation. Dans le système usuel des coordonnées r et t, il apparaît une singularité au rayon de Schwarzschild $r = 2M$. Mais cette singularité est simplement due à un mauvais choix des coordonnées. On peut choisir des coordonnées différentes pour lesquelles la métrique est régulière en cet endroit.

Le diagramme de Carter-Penrose a la forme d'un diamant dont le haut et le bas ont été aplatis (*fig. 3.4*). Il est divisé en quatre régions par deux surfaces du genre lumière sur lesquelles $r = 2M$. La région sur la droite, marquée ① sur le dia-

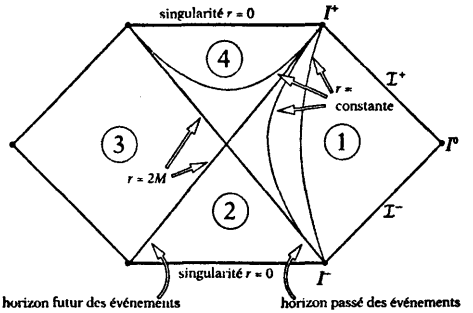


Figure 3.4. *Diagramme de Carter-Penrose d'un trou noir de Schwarzschild éternel.*

gramme, est l'espace-temps asymptotiquement plat dans lequel nous sommes censés vivre. Il possède des infinis du genre lumière dans le passé et le futur, $\mathcal{I}^-$ et $\mathcal{I}^+$, tout comme l'espace-temps plat. Il existe une autre région asymptotiquement plate, notée ③, sur la gauche du dessin, qui semble correspondre à un autre univers qui n'est relié au nôtre que par un « trou de ver ». Mais, comme nous allons le voir, cet univers est lié au nôtre par l'intermédiaire d'un temps imaginaire. La surface du genre lumière allant du bas à gauche au haut à droite est la frontière de la région dont on peut s'échapper vers l'infini qui se trouve à droite. C'est donc l'horizon futur des événements, l'épithète futur étant ajoutée pour distinguer cet horizon de l'horizon passé des événements qui traverse la figure du bas à droite vers le haut à gauche.

Revenons à présent à la métrique de Schwarzschild dans le système initial de coordonnées, r et t. Posons $t = i\tau$; nous obtenons une métrique positive définie. Je qualifie ces métriques positives définies d'euclidiennes bien qu'elles puissent être courbes. Dans la métrique de Schwarzschild euclidienne, il existe encore une singularité en $r = 2M$. Mais il est possible de définir une nouvelle coordonnée radiale x égale à $4M(1-2Mr^{-1})^{\frac{1}{2}}$.

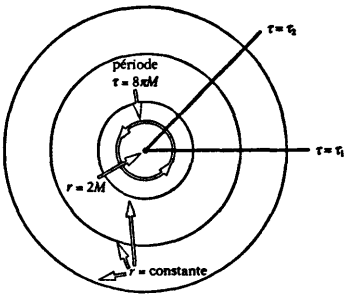


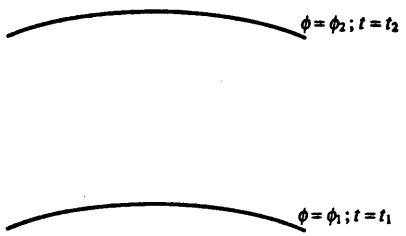
Figure 3.5. *La solution de Schwarzschild euclidienne, où τ est envisagé, modulo une période $8\pi M$.*

Métrique de Schwarzschild euclidienne

$$ds^2 = x^2\left(\frac{d\tau}{4M}\right)^2 + \left(\frac{r^2}{4M^2}\right)^2 dx^2 + r^2\,(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2).$$

La métrique dans le plan $x - \tau$ devient alors analogue à une métrique en coordonnées polaires si l'on identifie la coordonnée τ à elle-même modulo une période $8\pi M$. D'autres métriques euclidiennes de trou noir présentent des singularités apparentes situées sur leur horizon qui peuvent, de la même façon, être supprimées en identifiant la coordonnée de temps imaginaire à elle-même modulo $2\frac{\pi}{\kappa}$ (*fig. 3.5*).

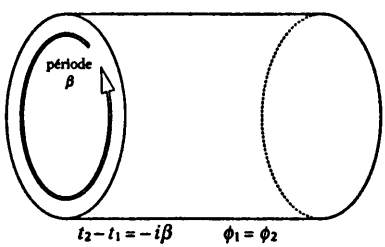
Que signifie donc cette identification du temps imaginaire modulo une certaine période β ? Pour répondre à cette question, considérons l'amplitude de probabilité pour le passage d'une configuration de champ ϕ_1 sur la surface t_1 à une configuration ϕ_2 sur la surface t_2. Cette amplitude est égale à l'élément de matrice $e^{-iH(t_2-t_1)}$. Mais elle peut aussi être représentée par une intégrale de chemin sur tous les champs ϕ entre t_1 et t_2 qui se raccordent aux champs ϕ_1 et ϕ_2 sur les deux surfaces (*fig. 3.6*).



$$\langle \phi_2, t_2 \mid \phi_1, t_1 \rangle = \langle \phi_2 \mid \exp(-iH(t_2 - t_1)) \mid \phi_1 \rangle$$

$$= \int D[\phi] \exp(iI[\phi]).$$

Figure 3.6. *Amplitude pour le passage de l'état ϕ_1 en t_1 à ϕ_2 en t_2.*



$$Z = \sum \langle \phi_n \mid \exp(-\beta H) \mid \phi_n \rangle$$

$$= \int D[\phi] \exp(iI[\phi])$$

Figure 3.7. *La fonction de partition à la température* T *est donnée par l'intégrale de chemin sur tous les champs d'un espace-temps euclidien, identifié à lui-même modulo* $\beta = T^{-1}$ *dans la direction du temps imaginaire.*

Choisissons maintenant un intervalle de temps $(t_2 - t_1)$ imaginaire pur et égal à β (*fig. 3.7*). Posons également que le champ initial ϕ_1 est égal au champ final ϕ_2 ; puis sommons sur la base complète des états ϕ_n. À gauche, nous obtenons la

valeur de $e^{-\beta H}$ sommée sur tous les états, qui n'est autre que la fonction de partition Z à la température $T = \beta^{-1}$.

À droite du signe égal, figure l'intégrale de chemin. Posons $\phi_1 = \phi_2$ et sommons sur toutes les configurations ϕ_n. Cela revient à calculer effectivement l'intégrale de chemin sur tous les champs ϕ_n dans un espace-temps identifié à lui-même modulo une certaine période β dans la direction du temps imaginaire. La fonction de partition pour le champ ϕ à la température T est donc donnée par une intégrale de chemin sur tous les champs d'un espace-temps euclidien. Cet espace-temps est périodique dans la direction du temps imaginaire, de période $\beta = T^{-1}$.

Si l'on calcule l'intégrale de chemin dans un espace-temps plat identifié modulo, β, dans la direction du temps imaginaire, on obtient la fonction de partition habituelle du rayonnement du corps noir. Mais, comme nous venons de le voir, la solution de Schwarzschild euclidienne est elle aussi périodique selon la coordonnée de temps imaginaire, avec la période $\frac{2\pi}{\kappa}$. Ce qui revient à dire que les champs se comporteront dans le cadre de la métrique de Schwarzschild comme s'ils étaient dans un état thermique caractérisé par la température $\frac{\kappa}{2\pi}$.

Cette périodicité en temps imaginaire explique pourquoi le calcul peu soigné du mélange des fréquences m'avait conduit à un rayonnement exactement thermique. Cependant, le calcul précédent évite la difficulté des très hautes fréquences qui interviennent dans l'approche par le mélange des fréquences. Il peut être appliqué quand il existe des interactions entre champs quantiques sur la métrique de fond. Le fait que l'intégrale de chemin soit à prendre sur une métrique de fond périodique implique que les quantités physiques, telles que les valeurs moyennes, doivent être thermiques – résultat qu'il serait très difficile d'obtenir par l'approche du mélange de fréquences.

On peut étendre le calcul au cas des interactions avec le champ de gravitation lui-même. On part d'une métrique de fond g_0, la métrique de Schwarzschild euclidienne par exemple, qui soit solution des équations classiques du champ.

L'action I peut alors être développée en puissances de la perturbation δg autour de g_0:

$$I[g] = I[g_0] + I_2(\delta g)^2 + I_3(\delta g)^3 + \ldots$$

Le terme linéaire s'annule parce que la métrique de fond est une solution des équations de champ. Le terme quadratique peut être interprété comme décrivant des gravitons sur la métrique de fond et le terme cubique (ainsi que les termes d'ordre supérieur) comme décrivant des interactions entre gravitons. L'intégrale de chemin sur les termes quadratiques est finie. Il existe des divergences à deux boucles non renormalisables dans le cas de la gravité pure ; mais ces divergences sont annulées par les fermions dans les théories de supergravité. On ne sait pas si les théories de supergravité présentent des divergences à trois boucles ou plus car personne n'a encore été suffisamment téméraire, ou inconscient, pour se lancer dans le calcul. Certains travaux semblent indiquer que ces théories sont finies à tous les ordres ; mais même s'il devait y avoir des divergences à des ordres supérieurs, cela ne changerait pas grand-chose au résultat, sauf quand la métrique de fond est courbe à l'échelle de la longueur de Planck, 10^{-33} cm.

Le terme d'ordre zéro, donnant l'action de la métrique de fond g_0, est plus intéressant à considérer que les termes d'ordre supérieur :

$$I = -\frac{1}{16\pi}\int R(-g)^{\frac{1}{2}}\, d^4x + \frac{1}{8\pi}\int K(\pm h)^{\frac{1}{2}} d^3x.$$

L'action de Hilbert et Einstein, habituelle pour la relativité générale, est l'intégrale en volume de la courbure scalaire R. Elle vaut zéro pour les solutions dans le vide, si bien qu'on pourrait croire que l'action de la solution de Schwarzschild euclidienne vaut zéro. Mais l'action comporte aussi un terme de surface proportionnel à l'intégrale de K, la trace de la deuxième forme fondamentale de la surface constituant la frontière. Si l'on tient compte de ce terme et si l'on soustrait le terme de surface pour un espace plat, on trouve que l'action

de la métrique de Schwarzschild euclidienne est $\frac{\beta'}{16\pi}$, où β est la période en temps imaginaire à l'infini. Le terme principal de l'intégrale de chemin donnant la fonction de partition Z est donc $e^{\frac{-\beta'}{16\pi}}$.

$$Z = \sum \exp(-\beta E_n) = \exp\left(-\frac{\beta^2}{16\pi}\right).$$

En différenciant $\log Z$ par rapport à la période β, on obtient la valeur moyenne de l'énergie, autrement dit la masse :

$$\langle E \rangle = -\frac{d}{d\beta}(\log Z) = \frac{\beta}{8\pi}.$$

Cette valeur de la masse, $M = \frac{\beta}{8\pi}$, confirme la relation entre la masse et la période, ou l'inverse de la température, déjà trouvée. Mais il est possible d'aller plus loin. On sait qu'en thermodynamique, le log de la fonction de partition est égal à $-F$, l'énergie libre, divisée par la température T :

$$\log Z = -\frac{F}{T}$$

et que l'énergie libre est égale à la masse (ou énergie) plus le produit TS de la température par l'entropie :

$$F = \langle E \rangle + TS.$$

Rassemblant tous ces résultats, on voit que l'action du trou noir donne une entropie de $4\pi M^2$:

$$S = \frac{\beta^2}{16\pi} = 4\pi M^2 = \frac{1}{4}A,$$

soit exactement ce qu'il faut pour que les lois du trou noir soient les mêmes que les lois de la thermodynamique.

D'où vient qu'on obtienne ainsi une entropie intrinsèque gravitationnelle qui n'a d'équivalent dans aucune autre théorie des champs ? C'est que la gravité autorise différentes topo-

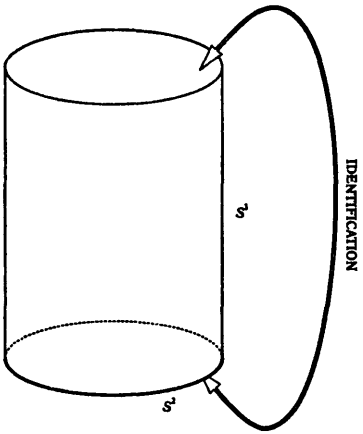


Figure 3.8. *La frontière à l'infini de la solution de Schwarzschild euclidienne.*

logies pour la variété de l'espace-temps. Dans le cas ici considéré, la solution de Schwarzschild euclidienne a une frontière à l'infini dont la topologie est $S^2 \times S^1$. S^2 est une 2-sphère spatiale, à l'infini, et S^1 correspond à la direction du temps imaginaire identifié périodiquement (*fig. 3.8*). On peut compléter cette frontière par des métriques correspondant à au moins deux topologies différentes. Tout d'abord, évidemment, la métrique de Schwarzschild euclidienne dont la topologie est $R^2 \times S^2$, c'est-à-dire le plan euclidien multiplié par une 2-sphère. L'autre topologie est $R^3 \times S^1$, la topologie de l'espace euclidien plat périodiquement identifié dans la direction du temps. À ces topologies correspondent deux nombres d'Euler différents. Le nombre d'Euler d'un espace plat périodiquement identifié est zéro, celui de la solution de Schwarzschild euclidienne est deux. Ce fait s'interprète de la manière suivante. Sur la topologie de l'espace plat périodiquement identifié, il est possible de trouver une fonction du temps périodique τ dont le gradient n'est jamais nul et qui

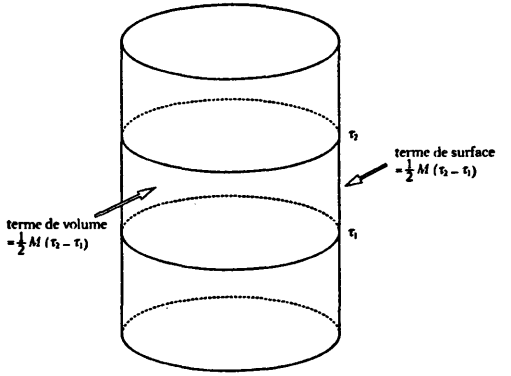
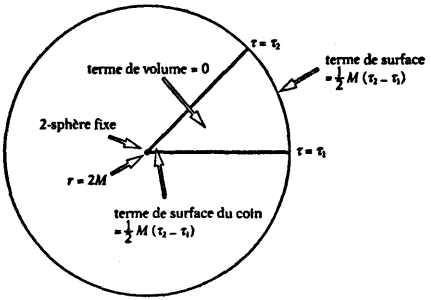


Figure 3.9. *L'action d'un espace plat périodiquement identifié est* $M(\tau_2 - \tau_1)$.

coïncide avec la coordonnée de temps imaginaire sur la frontière à l'infini. On peut alors calculer l'action de la région située entre deux surfaces τ_1 et τ_2. L'action est la somme de deux termes, une intégrale de volume sur le lagrangien de la matière auquel on ajoute le lagrangien d'Einstein et Hilbert et un terme de surface. Si la solution ne dépend pas du temps, le terme de surface sur $\tau = \tau_1$ et le terme de surface sur $\tau = \tau_2$ se compensent l'un l'autre. Il ne reste donc plus dans le terme de surface que la contribution de la frontière à l'infini, soit la moitié du produit de la masse par l'intervalle de temps imaginaire $(\tau_2 - \tau_1)$. Si la masse n'est pas nulle, il doit exister des champs de matière non nuls qui créent la masse. On peut montrer que l'intégrale de volume sur le lagrangien de la matière plus le lagrangien d'Einstein et Hilbert vaut également $\frac{1}{2}M(\tau_2 - \tau_1)$. Il en résulte que l'action totale est égale à $M(\tau_2 - \tau_1)$ (*fig. 3.9*). Reportant cette contribution au log de la fonction de partition dans les formules thermodynamiques, on trouve que la valeur moyenne de l'énergie est égale à la masse M – comme on s'y attendait. Mais l'entropie due au champ de la métrique de fond vaut zéro.



Action totale en tenant compte de la contribution du coin = $M(\tau_2 - \tau_1)$
Action totale sans la contribution du coin = $\frac{1}{2}M(\tau_2 - \tau_1)$

Figure 3.10. *L'action totale de la solution de Schwarzschild euclidienne est égale à* $\frac{1}{2}M(\tau_2 - \tau_1)$, *car on n'inclut pas la contribution du coin en* r = 2M.

Mais il en va tout autrement dans le cas de la solution euclidienne de Schwarzschild. Du fait que le nombre d'Euler est deux et non zéro, il est impossible de trouver une fonction du temps τ dont le gradient soit partout non nul. Le mieux que l'on puisse faire est de choisir la coordonnée de temps imaginaire de la solution de Schwarzschild. Cette solution a une 2-sphère fixe à l'horizon, où τ se comporte comme une coordonnée angulaire. Si l'on calcule alors l'action entre deux surfaces τ = constante, on s'aperçoit que l'intégrale de volume s'annule car il n'y a pas de champ de matière et la courbure scalaire est nulle. Le terme de surface de la trace K à l'infini donne encore $\frac{1}{2}M(\tau_2 - \tau_1)$. Mais il intervient dans ce cas-ci un autre terme de surface à l'horizon, à l'endroit où les deux surfaces τ_1 et τ_2 se rejoignent pour former un coin. Si l'on calcule ce terme, on trouve qu'il est lui aussi égal à $\frac{1}{2}M(\tau_2 - \tau_1)$ (*fig. 3.10*). L'action totale pour la région située entre τ_1 et τ_2 est donc $M(\tau_2 - \tau_1)$. Si l'on utilisait cette action avec $(\tau_2 - \tau_1) = \beta$, on trouverait une entropie égale à zéro. Mais si l'on considère l'action de la solution de Schwarzschild euclidienne du point

de vue quadridimensionnel (et non du point de vue 3 + 1), on s'aperçoit qu'il n'y a aucune raison d'inclure le terme de surface sur l'horizon car la métrique y est régulière. Si on laisse de côté le terme de surface sur l'horizon, l'action se trouve réduite d'un quart de la surface de l'horizon, soit précisément l'entropie intrinsèque gravitationnelle du trou noir.

Le fait que l'entropie des trous noirs soit liée à un invariant topologique, le nombre d'Euler, plaide en faveur de l'idée qu'il en ira encore de même dans une théorie plus fondamentale. Idée hérétique aux yeux de la majorité des physiciens des hautes énergies, groupe très conservateur qui veut que tout ressemble à la théorie de Yang et Mills. Ils admettent que le rayonnement émis par les trous noirs semble thermique et indépendant de la manière dont le trou a été formé, dans le cas de trous de dimensions grandes devant la longueur de Planck. Mais ils soutiennent que lorsque le trou noir perd de sa masse et atteint une taille qui est de l'ordre de celle de Planck, la relativité générale quantique cesse d'être vraie et qu'il n'est plus possible de prédire quoi que ce soit. Cependant, je vais décrire une expérience de pensée portant sur les trous noirs où l'information semble perdue bien que la courbure à l'extérieur des horizons reste toujours faible.

On sait depuis déjà un certain temps qu'il est possible de créer des paires de particules chargées positivement et négativement dans un champ électrique intense. Une manière de voir ce phénomène consiste à remarquer que, dans un espace euclidien plat, une particule de charge q, un électron par exemple, décrit un cercle lorsqu'il est placé dans un champ électrique E uniforme. On peut prolonger analytiquement ce mouvement, du temps imaginaire τ jusqu'au temps réel t. On obtient une paire de particules chargées positivement et négativement s'éloignant l'une de l'autre d'un mouvement accéléré du fait du champ électrique (*fig. 3.11*).

Le processus de création de paires peut être décrit de la manière suivante : on coupe les deux diagrammes le long des lignes $t = 0$ et $\tau = 0$ et on raccorde la partie supérieure du diagramme de l'espace de Minkowski à la partie inférieure du diagramme de l'espace euclidien (*fig. 3.12*). On obtient ainsi

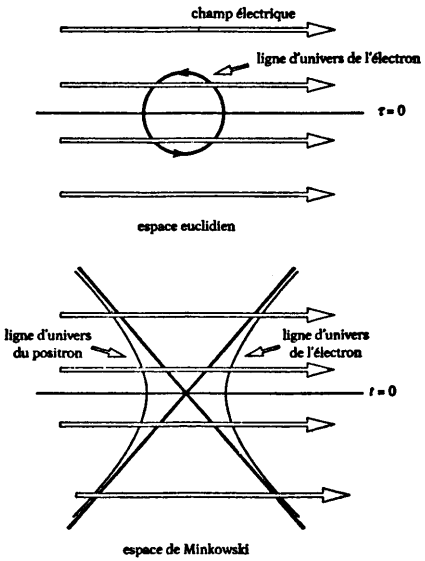


Figure 3.11. *Dans l'espace euclidien, un électron décrit un cercle dans un champ électrique. Dans l'espace de Minkowski, on obtient une paire de particules de charges opposées s'écartant l'une de l'autre d'un mouvement accéléré.*

une représentation dans laquelle la particule positive et la particule négative sont en réalité une seule et même particule qui traverse souterrainement (effet tunnel) l'espace euclidien pour passer d'une ligne d'univers de l'espace de Minkowski à une autre. La probabilité de création d'une paire est, en première approximation, e^{-I} où

$$I = \text{action euclidienne} = \frac{2\pi m^2}{qE}.$$

La création de paires par des champs électriques intenses a été expérimentalement observée et le taux de création est en accord avec ces estimations.

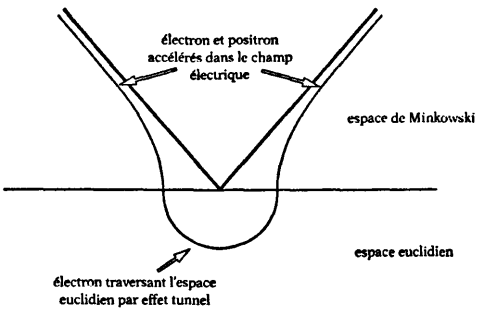


Figure 3.12. *La description de la création d'une paire s'obtient en raccordant une moitié du diagramme euclidien à une moitié du diagramme minkowskien.*

Les trous noirs peuvent eux aussi porter des charges électriques ; aussi s'attend-on à ce qu'ils puissent eux aussi être créés par paires. Mais le taux de création devrait être infime en comparaison de celui observé pour les paires électron-positron car leur masse est 10^{20} fois plus grande. C'est dire que n'importe quel champ électrique sera neutralisé par la création d'une paire électron-positron bien avant que la probabilité de création de trous noirs par paires devienne non négligeable. Cependant il existe des solutions de type trou noir portant des charges magnétiques. De tels trous noirs ne peuvent pas être produits par effondrement gravitationnel car il n'existe pas de particules élémentaires magnétiquement chargées. Mais on peut espérer créer ces trous noirs en présence d'un champ magnétique intense. Dans ce cas, la création de particules ordinaires ne devrait pas entrer en compétition avec le phénomène, puisque les particules ordinaires ne portent pas de charge magnétique. Le champ magnétique pourrait donc devenir suffisamment intense pour qu'il y ait une probabilité raisonnable de voir la création d'une paire de trous noirs magnétiquement chargés.

En 1976, Ernst a trouvé une solution représentant deux trous noirs magnétiquement chargés s'éloignant l'un de l'autre

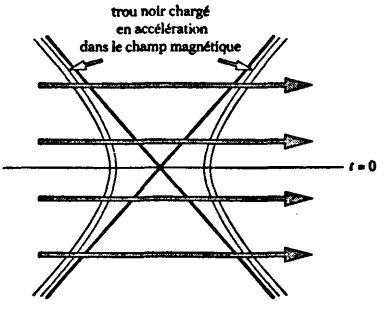


Figure 3.13. *Une paire de trous noirs de charges opposées se séparant d'un mouvement accéléré dans un champ magnétique.*

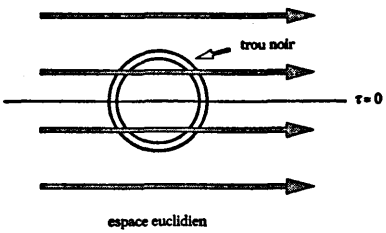


Figure 3.14. *Trou noir chargé décrivant un cercle dans l'espace euclidien.*

d'un mouvement accéléré dans un champ magnétique (*fig. 3.13*). Si l'on prolonge analytiquement cette solution vers les temps imaginaires, on obtient une représentation qui ressemble beaucoup à celle de la création de paires électron-positron (*fig. 3.14*). Le trou noir se déplace sur un cercle dans un espace euclidien courbe tout comme l'électron se déplace sur un cercle dans un espace euclidien plat. Une complication surgit dans le cas du trou noir du fait que la coordonnée de temps imaginaire est périodique à la fois autour de l'horizon du trou noir et autour du centre du cercle sur lequel se déplace le trou noir. Il faut ajuster la valeur du rapport masse sur charge du

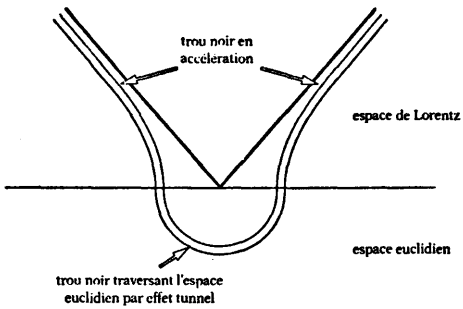


Figure 3.15. *Le processus d'effet tunnel produisant une paire de trous noirs est également décrit en raccordant une moitié du diagramme euclidien à une moitié du diagramme lorentzien.*

trou noir de façon à rendre ces périodes égales. Du point de vue physique, cela veut dire qu'on choisit les paramètres du trou noir de manière à ce que la température du trou noir soit égale à celle qu'il voit du fait de son accélération. La température d'un trou noir magnétiquement chargé tend vers zéro lorsque sa charge devient égale à sa masse en unités de Planck. Il s'ensuit que pour de faibles champs magnétiques, et donc une faible accélération, il est toujours possible d'ajuster les deux périodes.

Tout comme dans le cas de la création de paires d'électrons, on peut décrire la création de paires de trous noirs en faisant se raccorder la partie inférieure de la solution euclidienne (temps imaginaire) et la partie supérieure de la solution lorentzienne (temps réel) (*fig. 3.15*). On peut se représenter le trou noir comme effectuant une transition par effet tunnel à travers la région euclidienne et émergeant sous forme de paire de trous noirs de charges opposées s'éloignant l'un de l'autre d'un mouvement accéléré, sous l'effet du champ magnétique. La solution de type trou noir en accélération n'est pas asymptotiquement plate parce qu'elle tend vers un champ magnétique uniforme à l'infini. On peut néanmoins s'en servir pour estimer le taux de création par paires des

trous noirs dans une région locale de champ magnétique. On pourrait imaginer qu'après avoir été créés, les trous noirs s'éloignent l'un de l'autre dans des régions sans champ magnétique. Il serait alors possible de traiter séparément chacun des trous noirs comme un trou noir dans un espace asymptotiquement plat. On pourrait jeter une quantité arbitrairement grande de matière et d'information dans chacun des trous et ceux-ci rayonneraient en perdant de leur masse. Mais ils ne pourraient pas perdre leur charge magnétique parce qu'il n'existe pas de particules magnétiques chargées. Si bien que, en définitive, les trous noirs devraient retourner à leur état initial avec une masse légèrement supérieure à leur charge. On pourrait alors les rapprocher et les faire s'annihiler l'un l'autre. Le processus d'annihilation peut être considéré comme le processus inverse dans le temps de celui de création de paire. Il est donc représenté par la moitié supérieure de la solution euclidienne rattachée à la partie inférieure de la solution lorentzienne. Entre la création d'une paire et l'annihilation, il y a place pour une longue période lorentzienne au cours de laquelle les trous noirs s'éloignent l'un de l'autre, accumulent de la matière, rayonnent, puis reviennent l'un auprès de l'autre. Mais la topologie du champ de gravitation doit être la topologie de la solution d'Ernst euclidienne (*fig. 3.16*).

On pourrait s'inquiéter de ce que le second principe généralisé de la thermodynamique ne soit pas respecté lors de l'annihilation des trous noirs parce que la surface de l'horizon du trou noir aurait disparu. Pourtant, il s'avère que l'aire de l'horizon d'accélération dans la solution de Ernst est réduite par rapport à l'aire qu'aurait cet horizon en l'absence de création par paire. Le calcul est assez délicat car l'aire de l'horizon d'accélération est infinie dans les deux cas. Néanmoins, on peut montrer que leur différence est finie, en un certain sens bien déterminé, et est égale à l'aire de l'horizon du trou noir augmentée de la différence entre les actions correspondant aux solutions avec et sans création de paire. On peut interpréter ce résultat en disant que la création par paire est un processus d'énergie zéro ; les hamiltoniens *avec* et *sans* création de

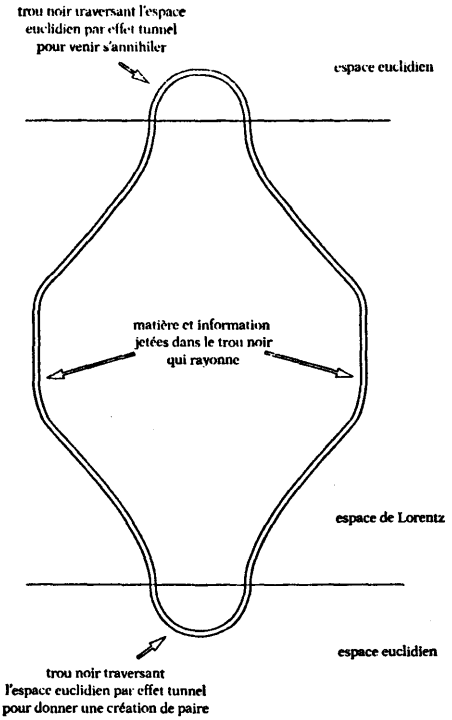


Figure 3.16. *Deux trous noirs sont produits par effet tunnel pour finalement s'annihiler à nouveau par effet tunnel.*

paire sont les mêmes. Je remercie Simon Ross et Gary Horowitz qui ont effectué le calcul de cette réduction juste à temps pour que je puisse en parler dans cette conférence. Ce sont de tels miracles, – je veux parler du résultat et non du fait qu'ils y soient arrivés – qui font que je suis convaincu que la thermodynamique du trou noir ne peut pas être simplement une approximation à faible énergie. Je crois fermement que l'en-

tropie gravitationnelle ne disparaîtra pas même si nous devons un jour aller jusqu'à une théorie plus fondamentale de la gravité quantique.

Cette expérience de pensée montre que l'on obtient une entropie gravitationnelle intrinsèque et une perte d'information lorsque la topologie de l'espace-temps diffère de celle d'un espace plat de Minkowski. Si la taille des trous noirs qui sont créés par paire est grande devant la longueur de Planck, la courbure en dehors des horizons sera partout faible à l'échelle de Planck. Cela signifie que l'approximation ici faite en négligeant les termes cubiques et d'ordre plus élevé dans le calcul en perturbation devrait être valable. Il s'ensuit que la conclusion selon laquelle de l'information est perdue dans les trous noirs devrait être fiable.

Si de l'information est perdue dans des trous noirs macroscopiques, il doit en être de même lors des processus au cours desquels des trous noirs virtuels, microscopiques, apparaissent du fait des fluctuations quantiques de la métrique. On peut imaginer que des particules et de l'information tombent dans ces trous et soient perdues. Les quantités telles que l'énergie et la charge électrique qui sont couplées à des champs de jauge devraient être conservées mais toute autre information et la charge globale devraient être perdues. Si tel était le cas, les conséquences en ce qui concerne la théorie quantique seraient immenses.

On suppose généralement qu'un système qui se trouve dans un état quantique pur évolue de façon unitaire à travers une succession d'états quantiques purs. Mais si de l'information se perd lors de l'apparition et la disparition de trous noirs, il ne peut être question d'évolution unitaire. La perte d'information implique alors que l'état final après que les trous noirs ont disparu doive être dans ce que l'on appelle un *mélange statistique d'états quantiques*, c'est-à-dire un ensemble d'états quantiques purs chacun affecté d'une probabilité qui lui est propre. Mais parce que l'état final ne peut pas être avec certitude l'un ou l'autre des états purs, il n'est pas possible de réduire sa probabilité à zéro par interférence avec un état quantique. C'est dire que la gravité introduit dans la physique

Figure 3.17.

un nouveau niveau d'imprédictibilité au-dessus et par-delà l'incertitude habituellement associée à la théorie quantique. Je montrerai dans ma prochaine conférence (chapitre v) que nous avons peut-être déjà observé cette incertitude supplémentaire, réduisant ainsi à zéro les espoirs du déterminisme scientifique, théorie selon laquelle on peut prédire le futur avec certitude. Apparemment, Dieu a encore plus d'un tour dans sa manche (*fig. 3.17*).

CHAPITRE IV

THÉORIE QUANTIQUE ET ESPACE-TEMPS

R. Penrose

Les grandes théories physiques du XX^e^ siècle ont été la théorie quantique, la relativité restreinte, la relativité générale et la théorie quantique des champs. Ces théories ne sont pas indépendantes les unes des autres : la relativité générale s'est édifiée sur la base de la relativité restreinte et la théorie quantique des champs a été construite à partir de la relativité restreinte et de la théorie quantique (*fig. 4.1*).

On a pu dire que la théorie quantique des champs est la plus précise de toutes les théories jamais construites, sa précision étant d'environ 10^{-11}. Je voudrais pourtant faire remarquer que la relativité générale a maintenant été vérifiée à 10^{-14} près (et que cette précision n'est apparemment limitée que par celle des horloges terrestres). Je pense en disant cela au pulsar binaire PSR 1913 + 16 de Hulse et Taylor, constitué de deux étoiles à neutrons en orbite l'une autour de l'autre, l'une d'entre elles étant un pulsar. La relativité générale prédit que cette orbite doit progressivement se modifier (et la période diminuer) parce que de l'énergie est perdue lors de l'émission d'ondes gravitationnelles. C'est effectivement ce qui a été observé et la description complète du mouvement, depuis les orbites newtoniennes jusqu'à l'accélération orbitale due au rayonnement gravitationnel, en passant par les corrections de relativité générale, est en accord avec la relativité générale (dans laquelle j'inclurai dorénavant la théorie newtonienne) ; et ce, avec la précision remarquable déjà signalée, sur une période de vingt ans. C'est à juste titre que les « découvreurs »

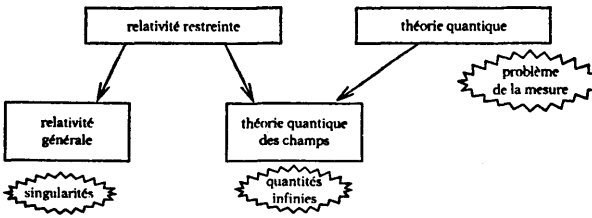


Figure 4.1. *Les grandes théories physiques du XX^e siècle – et leurs problèmes fondamentaux.*

de ce système se sont vus décerner le prix Nobel. Les quanticiens ont toujours prétendu qu'en raison de la précision atteinte par leur théorie, c'était à la relativité générale de changer et de s'adapter à leur moule ; je pense qu'aujourd'hui c'est la théorie quantique des champs qui doit faire des efforts pour se maintenir au niveau.

Bien qu'ayant connu des succès remarquables, les quatre théories citées ne sont pas sans poser des problèmes. Le problème de la théorie quantique des champs est que chaque fois qu'on calcule l'amplitude associée à un diagramme de Feynman à plusieurs branches, la réponse est infinie ; ces quantités infinies doivent être éliminées par un processus de renormalisation de la théorie. La relativité générale prédit l'existence de singularités d'espaces-temps. En théorie quantique il y a le « problème de la mesure » – que je décrirai plus tard. On peut admettre que la solution de ces divers problèmes se trouve dans le fait que ces théories sont incomplètes en elles-mêmes. Par exemple, beaucoup de physiciens pensent par anticipation que la théorie quantique des champs pourrait « brouiller » les singularités de la relativité générale. Les problèmes de divergence de la théorie quantique des champs pourraient être en partie résolus par un effet de coupure dans l'ultraviolet, venu de la relativité générale. Je crois que le problème de la mesure, de la même manière, finira par être résolu lorsque la relativité générale et la théorie quantique seront combinées de façon adéquate pour donner une nouvelle théorie.

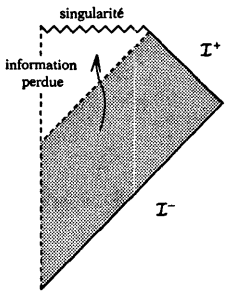


Figure 4.2. *Diagramme de Carter de l'effondrement d'un trou noir.*

Je voudrais parler maintenant de l'information qui est perdue dans les trous noirs, dont je soutiens qu'elle a à voir avec le dernier problème cité. Je suis d'accord avec presque tout ce que Stephen Hawking a dit sur le sujet. Mais, alors que Hawking voit dans l'information perdue du fait des trous noirs une incertitude supplémentaire introduite dans la physique au-dessus et par-delà l'incertitude de la théorie quantique, je la considère pour ma part comme une incertitude « complémentaire ». Je vais expliquer ce que j'entends par là. Dans un espace-temps avec un trou noir, il est possible de voir comment l'information est perdue en construisant un diagramme de Carter de l'espace-temps (*fig. 4.2*). L'information « entrante » est spécifiée sur l'infini du genre lumière vers le passé $\mathcal{I}^-$ et l'information « sortante » l'est sur l'infini du genre lumière vers l'avenir $\mathcal{I}^+$. On pourrait dire que l'information manquante est perdue lorsqu'elle tombe en traversant l'horizon du trou noir ; je préfère considérer qu'elle est perdue lorsqu'elle rencontre la singularité. Considérons alors le processus d'effondrement d'un corps matériel et la formation d'un trou noir, suivi de l'évaporation de ce trou noir par émission de rayonnement de Hawking. (Il faut certainement attendre très longtemps avant que cela se produise – peut-être plus longtemps que la durée de vie de l'univers !) Je suis d'accord avec la conception de Hawking selon laquelle de l'information est

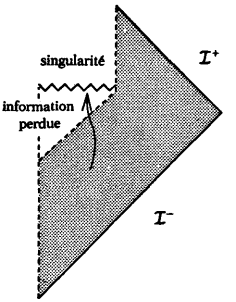


Figure 4.3. *Diagramme de Carter d'un trou noir en train de s'évaporer.*

perdue lors de ce modèle d'effondrement suivi d'évaporation. On peut aussi tracer le diagramme de Carter de cet espace-temps tout entier (*fig. 4.3*)

La singularité à l'intérieur du trou noir est du genre espace et a une grande courbure de Weyl, comme je l'ai expliqué dans ma conférence précédente (chapitre II). Il se peut qu'une petite partie de l'information s'échappe au moment où le trou noir s'évapore, par un morceau de singularité résiduel (qui, comme il sera dans le passé des observateurs extérieurs futurs, aura une courbure de Weyl faible, voire nulle) ; mais ce petit gain d'information sera beaucoup plus faible que la perte d'information subie pendant l'effondrement (dans ce que je considère comme une représentation raisonnable de la disparition finale du trou). Si nous enfermons ce système dans une grande boîte – c'est une expérience de pensée – nous pouvons considérer l'évolution dans l'espace des phases de la matière se trouvant à l'intérieur de la boîte. Dans la région de l'espace des phases correspondant aux situations où un trou noir est présent, les trajectoires de l'évolution physique convergent et les volumes le long de ces trajectoires rétrécissent. Ceci à cause de l'information perdue dans la singularité à l'intérieur du trou noir. Ce rétrécissement contredit directement le théorème de la mécanique classique qui porte le nom de *théorème de Liouville*, selon lequel les volumes dans l'espace des phases restent

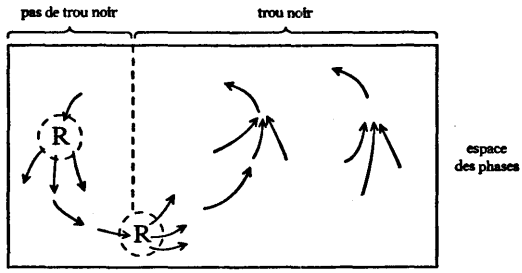


Figure 4.4. *Il se produit une perte de volume dans l'espace des phases quand un trou noir est présent. Cette perte peut être compensée par une augmentation du volume dans l'espace des phases due à l'« effondrement de la fonction d'onde », R.*

constants. (Il s'agit d'un théorème classique et, en toute rigueur, il faudrait considérer l'évolution quantique dans un espace de Hilbert. Le non-respect du théorème de Liouville correspondrait alors à une évolution non unitaire.) Un espace-temps contenant un trou noir ne respecte donc pas cette loi de conservation. Cependant, dans mon modèle, cette perte de volume de l'espace des phases est compensée par un processus de mesure quantique « spontanée » au cours duquel de l'information est gagnée et les volumes de l'espace des phases augmentent. C'est en ce sens que je considère l'incertitude due à la perte d'information dans les trous noirs comme « complémentaire » de l'incertitude de la théorie quantique : l'une est l'envers de la médaille de l'autre (*fig. 4.4*).

On peut dire que les singularités dans le passé sont porteuses de peu d'information, à l'encontre des singularités dans le futur qui en portent beaucoup. C'est ce qui est au fondement du second principe de la thermodynamique. L'asymétrie de ces singularités est également liée à l'asymétrie du processus de mesure et je vais donc revenir maintenant sur le problème de la mesure en théorie quantique.

Le problème des deux fentes peut servir à illustrer les principes de la théorie quantique : un faisceau de lumière tombe sur une plaque opaque dans laquelle ont été percées deux

fentes, A et B. Sur un écran placé au-delà des fentes, on obtient une figure d'interférence présentant des franges alternativement brillantes et sombres. Les photons individuels viennent frapper l'écran en des points discrets, mais du fait des franges d'interférence, certains points de l'écran ne peuvent pas être atteints. Soit p un tel point – à noter que p pourrait néanmoins être atteint si l'une des deux fentes était bouchée. Ce type d'interférence destructive, où des possibilités alternatives l'une de l'autre peuvent parfois s'annuler, constitue l'une des caractéristiques les plus étonnantes de la théorie quantique. Cette circonstance est interprétée à l'aide d'un principe quantique, le *principe de superposition*, en vertu duquel si pour un photon, deux trajets A et B sont possibles, correspondant aux états de photon notés respectivement $|A\rangle$ et $|B\rangle$ (nous supposerons que ces trajets sont ceux que pourrait emprunter le photon pour atteindre le point p après être passé soit par une fente soit par l'autre), alors une combinaison du type $z|A\rangle + w|B\rangle$ est aussi possible, où z et w sont des nombres complexes.

Il n'est pas correct de considérer w et z comme des *probabilités* puisque ce sont des *nombres complexes*. L'état d'un photon *est* simplement une superposition complexe de ce type; un point c'est tout. L'évolution unitaire (que je note **U**) d'un système quantique conserve les superpositions : si $zA_0 + wB_0$ est une certaine superposition à l'instant $t = 0$, alors au bout du temps t cette superposition aura évolué en $zA_t + wB_t$, où A_t et B_t représentent les évolutions séparées des deux possibilités alternatives l'une de l'autre au bout du temps t. Lors d'une mesure effectuée sur un système quantique, opération au cours de laquelle les deux possibilités alternatives quantiques sont amplifiées et donnent des résultats classiques distinguables l'un de l'autre, apparaît un nouveau type d'« évolution », appelée *réduction* du vecteur d'état, ou « effondrement de la fonction d'onde » (et que je noterai **R**). Les probabilités n'interviennent que lorsque le système est « mesuré » au sens ainsi défini ; les chances qu'ont les deux événements de se produire sont alors dans le rapport $|z|^2 / |w|^2$.

U et **R** sont deux processus très différents : **U** est déterministe, linéaire, local (dans l'espace de configuration) et symé-

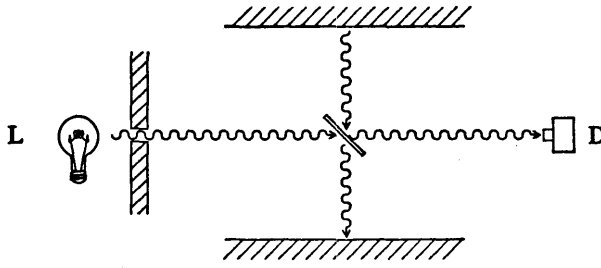


Figure 4.5. *Expérience simple illustrant le fait que les probabilités quantiques inhérentes à* **R** *ne valent pas lorsqu'on renverse la direction du temps.*

trique dans le temps. **R** est non déterministe, résolument non linéaire, non local et asymétrique dans le temps. Cette différence entre les deux processus fondamentaux d'évolution de la théorie quantique est tout à fait remarquable. Il y a peu de chance que **R** puisse jamais être obtenu comme une approximation de **U** (même si c'est souvent ce qui est tenté). Tel est le « problème de la mesure ».

R est, en particulier, asymétrique dans le temps. Supposons qu'un faisceau de lumière émis par une source de photons L soit envoyé sur un miroir semi-réfléchissant, orienté à 45° vers le bas et qu'on ait placé un détecteur D derrière le miroir (*fig. 4.5*).

Comme le miroir n'est que semi-réfléchissant, la superposition fait intervenir les états transmis et réfléchis avec des poids égaux. La probabilité pour qu'un photon individuel active le détecteur au lieu d'être absorbé par le sol du laboratoire est donc de 50 %. Ce 50 % est la réponse à la question : « Si L émet un photon, quelle est la probabilité que D le reçoive ? » La réponse à une question de ce type est déterminée par la règle **R**. Mais on peut aussi poser la question suivante : « Si D reçoit un photon, quelle est la probabilité pour qu'il ait été émis par L ? » On pourrait penser qu'il est possible de calculer des probabilités comme dans le cas précédent. **U** est symétrique dans le temps ; ne devrait-il pas en être de

même pour **R** ? Mais lorsqu'on l'applique au passé, la règle **R** (avec renversement du temps) ne donne pas les bonnes probabilités. De fait, la réponse à la question posée relève de considérations tout autres, à savoir de l'application (en l'occurrence au mur) du second principe de la thermodynamique ; l'asymétrie est en dernier ressort due à l'asymétrie en temps de l'univers. Aharonov, Bergmann et Liebowitz (1964) ont montré comment accorder le processus de mesure avec une structure théorique symétrique en temps. Selon ce modèle, l'asymétrie en temps de **R** résulterait de ce que les conditions aux limites dans le futur et dans le passé sont asymétriques. Ce cadre conceptuel général est aussi celui qu'ont adopté Griffiths (1984), Omnés (1992) et Gell Mann et Hartle (1990). Comme l'origine du second principe peut être rapportée à l'asymétrie de la structure des singularités de l'espace-temps, cette mise en rapport suggère qu'il existe un lien entre le problème de la mesure en théorie quantique et le problème des singularités en relativité générale. Souvenez-vous, dans ma dernière conférence j'ai avancé l'idée que la singularité initiale est porteuse de très peu d'information et a un tenseur de Weyl qui s'annule, alors que la singularité finale (ou les singularités, ou l'infini) est porteuse de beaucoup d'information et a un tenseur de Weyl divergent (dans le cas des singularités).

Afin de clarifier ma position quant aux rapports entre théorie quantique et relativité générale, je me propose de discuter maintenant ce qu'il faut entendre par *réalité quantique* : est-il vrai que le vecteur d'état soit « réel », ou bien est-ce la matrice densité qui est « réelle » ? La matrice densité représente notre connaissance incomplète de l'état et, de ce fait, contient deux types de probabilités, l'incertitude classique d'une part, et les probabilités quantiques de l'autre. La matrice densité peut s'écrire :

$$D = \sum_{i=1}^{N} p_i |\psi_i\rangle \langle\psi_i|,$$

où les p_i sont des probabilités, des nombres réels soumis à la relation $\sum p_i = 1$; chacun des $|\psi_i\rangle$ est par ailleurs normé à 1.

D est un mélange d'états pondéré par des probabilités. Il n'est pas nécessaire que les $|\psi_i\rangle$ soient orthogonaux les uns aux autres et N peut être supérieur à la dimension de l'espace de Hilbert. À titre d'exemple, considérons une expérience du type EPR où une particule de spin nul, au repos dans le référentiel de masse du dispositif, se désintègre en deux particules de spin 1/2. Ces deux particules s'éloignent l'une de l'autre dans des directions opposées et sont détectées « ici » et « là » – « là » pouvant être très éloigné d'« ici », sur la Lune par exemple. Écrivons le vecteur d'état sous forme de superposition de possibilités :

$$|\psi\rangle = [|\uparrow,\text{ici}\rangle|\downarrow,\text{là}\rangle - |\downarrow,\text{ici}\rangle|\uparrow,\text{là}\rangle] / \sqrt{2}; \qquad (4.1)$$

$|\uparrow,\text{ici}\rangle$ est un état où le spin de la particule qui est « ici » pointe vers le haut. Idem pour les autres états. Supposons maintenant que la composante z du spin ait été mesurée sur la Lune et que nous ignorions le résultat de cette mesure. Dans ces conditions, l'état ici est décrit par la matrice densité :

$$D = \frac{1}{2}|\uparrow,\text{ici}\rangle\langle\uparrow,\text{ici}| + \frac{1}{2}|\downarrow,\text{ici}\rangle\langle\downarrow,\text{ici}|. \qquad (4.2)$$

On aurait aussi pu mesurer sur la Lune la composante x du spin. En écrivant le vecteur d'état (*4.1*) d'une autre façon, il vient :

$$|\psi\rangle = [|\leftarrow,\text{ici}\rangle|\rightarrow,\text{là}\rangle - |\rightarrow,\text{ici}\rangle|\leftarrow,\text{là}\rangle] / \sqrt{2};$$

et pour la matrice densité l'expression :

$$D = \frac{1}{2}|\leftarrow,\text{ici}\rangle\langle\leftarrow,\text{ici}| + \frac{1}{2}|\rightarrow,\text{ici}\rangle\langle\rightarrow,\text{ici}|,$$

qui, en fait, est égale à (*4.2*). Mais si le vecteur d'état décrit la réalité, alors la matrice densité ne dit pas ce qui se passe ; elle donne simplement les résultats des mesures « ici », à condition de ne pas savoir ce qui se passe « là ». En particulier, il serait possible que je reçoive une lettre en provenance de la

Lune m'informant de la nature et du résultat de la mesure qui a été effectuée là. Si donc je peux (en principe) obtenir cette information, alors je dois décrire le système (non séparé, intriqué) tout entier par un vecteur d'état.

En général il existe de nombreuses manières d'écrire une matrice densité donnée sous forme de mélange statistique d'états. De plus, en vertu d'un théorème récemment démontré par Hughston, Jozsa et Wooters (1993), pour toute matrice densité, résultant de la considération du passé « ici » d'un système EPR, et pour toute interprétation de cette matrice densité comme un mélange statistique d'états, il existe toujours une mesure « là » qui donne lieu précisément à *cette* interprétation bien particulière de la matrice densité « ici » comme un mélange statistique.

D'un autre côté, on pourrait soutenir que c'est la matrice densité qui décrit la réalité ; ce qui, si je comprends bien, est plus proche de la manière de voir de Hawking, quand il y a un trou noir.

John Bell parlait quelquefois de la description standard du processus de réduction du vecteur d'état comme d'une description A T F P, acronyme de « A toutes fins pratiques ». Selon cette procédure standard, le vecteur d'état total peut se mettre sous la forme

$$|\psi_{tot}\rangle = w|\uparrow,\text{ici}\rangle|?\rangle + z|\downarrow,\text{ici}\rangle|?\rangle,$$

où les $|?\rangle$ représentent l'environnement, à l'extérieur du dispositif de mesure considéré. Si de l'information est perdue dans l'environnement, alors écrire la matrice densité est ce que l'on peut faire de mieux :

$$D = |w|^2|\uparrow,\text{ici}\rangle\langle\uparrow,\text{ici}| + |z|^2|\downarrow,\text{ici}\rangle\langle\downarrow,\text{ici}|.$$

Tant que l'information venant de l'environnement ne peut être récupérée, on peut tout aussi bien (A T F P) considérer que l'état est $|\uparrow,\text{ici}\rangle$ ou $|\downarrow,\text{ici}\rangle$ avec les probabilités respectives $|w|^2$ et $|z|^2$.

Mais nous avons besoin d'une hypothèse supplémentaire

car la matrice densité ne nous dit pas de quels états est fait l'état total. Pour bien comprendre ce point, considérons l'expérience de pensée du chat de Schrödinger. Cette expérience décrit le sort lamentable d'un chat enfermé dans une boîte où se trouve un isotope radioactif qui, s'il se désintègre, est détecté ; la détection déclenche automatiquement la mise à feu disons, pour fixer les idées, d'un pistolet, qui tue le chat. Si l'isotope ne se désintègre pas, le chat est supposé être vivant et bien portant. (Je sais que Stephen Hawking a horreur qu'on maltraite les chats, même dans des expériences de pensée.) La fonction d'onde du système est une superposition de ces deux possibilités :

$$w|\text{chat mort}\rangle\,|\text{paf}\rangle + z|\text{chat vivant}\rangle\,|\text{pas de paf}\rangle,$$

où $|\text{paf}\rangle$ et $|\text{pas de paf}\rangle$ se rapportent aux états de l'environnement.

Dans la conception de la mécanique des mondes multiples, cet état s'écrirait (en laissant de côté l'environnement) :

$$w|\text{chat mort}\rangle\,|\text{sait que le chat est mort}\rangle + z\,|\text{chat vivant}\rangle\,|\text{sait que le chat est vivant}\rangle, \quad (4.3)$$

où $|\text{sait que...}\rangle$ se rapporte à l'état mental de l'expérimentateur. Mais d'où vient que notre perception ne nous permette pas de percevoir des *superpositions* macroscopiques d'états tels que ceux écrits ici, et ne nous fasse percevoir que l'*alternative* macroscopique « le chat est mort » / « le chat est vivant » ? Par exemple, si $w = z = 1/\sqrt{2}$, l'état (4.3) peut être réécrit sous forme de la superposition suivante :

$$[(|\text{chat mort}\rangle + |\text{chat vivant}\rangle) \times (|\text{sait que le chat est mort}\rangle + |\text{sait que le chat est vivant}\rangle) + (|\text{chat mort}\rangle - |\text{chat vivant}\rangle) \times (|\text{sait que le chat est mort}\rangle - |\text{sait que le chat est vivant}\rangle)]\,/\,2\sqrt{2},$$

en sorte que, sauf si nous avons de bonnes raisons d'exclure les « états de perception » du type $(|\text{sait que le chat est mort}\rangle$

$+ |\text{sait que le chat est vivant}\rangle) / \sqrt{2}$, nous ne sommes pas plus avancés qu'auparavant.

On peut appliquer le même raisonnement à l'environnement ; la matrice densité peut alors s'écrire (encore dans le cas $w = z = 1/\sqrt{2}$) :

$$D = \frac{1}{4}(|\text{chat mort}\rangle + |\text{chat vivant}\rangle)(\langle\text{chat mort}| + \langle\text{chat vivant}|)$$

$$+ \frac{1}{4}(|\text{chat mort}\rangle - |\text{chat vivant}\rangle)(\langle\text{chat mort}| - \langle\text{chat vivant}|),$$

où l'on voit que le point de vue de la « décohérence par l'environnement » n'explique pas pourquoi le chat soit simplement ou mort ou vivant.

Je n'ai pas l'intention d'en dire plus ici sur les questions de conscience ou de décohérence. À mon avis, la solution du problème de la mesure se trouve ailleurs. Je propose de considérer que quelque chose ne marche pas dans les superpositions de géométries d'espaces-temps alternatives, superpositions qui doivent se produire dès lors que la relativité générale commence à intervenir. Il se pourrait que la superposition de deux géométries différentes soit *instable*, et se décompose en l'*un* des deux termes de l'alternative. Ces deux géométries pourraient être, par exemple, les espaces-temps d'un chat vivant ou d'un chat mort. À cette décomposition en l'un ou l'autre des deux termes de l'alternative je donne le nom de *réduction objective*[1]. Comment relier la longueur de Planck, 10^{-33} cm, à tout ceci ? Il se pourrait que le critère qu'utilise la Nature pour déterminer quand deux géométries sont significativement différentes soit l'échelle de Planck, ce qui donne l'échelle de temps sur laquelle se produit la réduction d'une même alternative en ses différents termes.

1. Ici intervient un jeu de mots intraduisible ; « ou » (l'un *ou* l'autre terme de l'alternative) se disant « *or* » en anglais, et « réduction objective » étant la traduction de « *Objective Reduction* », Penrose, qui aime les acronymes, propose d'assigner le sigle « OR » au processus de réduction objective. (*N.d.T.*)

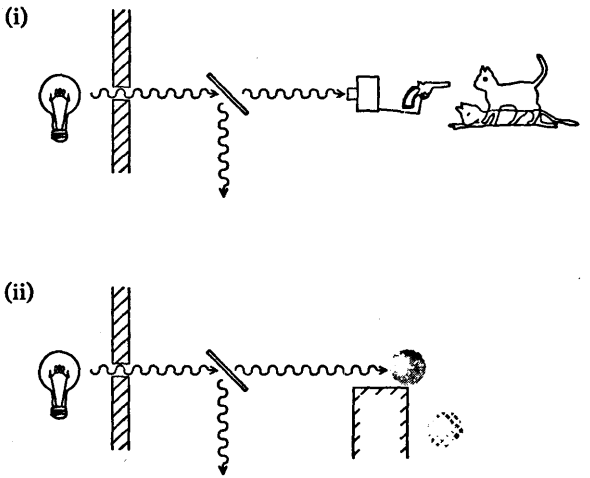


Figure 4.6. *Le chat de Schrödinger* (i) *et une version plus humaine* (ii).

Nous pouvons maintenant congédier le chat et revenir au problème du miroir semi-réfléchissant en supposant cette fois-ci que la détection d'un photon met en branle une masse importante qui se déplace alors d'un endroit à un autre (*fig. 4.6*).

Nous pouvons éviter d'avoir à nous préoccuper de la réduction du vecteur d'état au niveau du détecteur en imaginant un système dans lequel la masse se trouve en équilibre sur le bord d'une falaise et bascule au bas de la falaise sous l'effet du photon. Quand une quantité suffisante de masse a-t-elle été déplacée pour que la superposition des deux états correspondant aux deux termes de l'alternative devienne instable ? La gravité permet peut-être d'apporter une réponse à cette question et c'est ce qu'effectivement je suggère ici (cf. Penrose 1993, 1994 et aussi Diósi 1989, Ghirardi, Grassi et Rimini 1990). Pour calculer le temps de désintégration dans le modèle que je propose, considérons l'énergie E qu'il faudrait fournir pour

accomplir le processus suivant : on part de deux masses occupant la même position ; on déplace la première masse, dans le champ gravitationnel de l'autre supposée fixe, jusqu'à la situation de superposition où l'on a les deux masses dans leurs deux positions distinctes. Je propose de considérer que l'échelle de temps caractéristique de l'effondrement du vecteur d'état de cette superposition est de l'ordre de

$$T \approx \frac{h}{E}. \qquad (4.4)$$

Pour un nucléon, on obtient un temps de l'ordre de 10^8 années, en sorte que la superposition ne peut pas être observée expérimentalement. Mais pour une petite goutte d'eau de 10^{-5} cm, l'effondrement prendrait environ deux heures. Si la taille de la goutte était de 10^{-4} cm, l'effondrement du vecteur d'état s'effectuerait en un dixième de seconde à peu près – et en 10^{-6} seconde pour une taille de 10^{-3} cm. Or, ce calcul est fait en supposant la masse isolée de son environnement ; le temps de désintégration est réduit si l'on considère le mouvement de la masse dans son environnement. Les tentatives de ce genre, visant à résoudre le problème de la mesure en théorie quantique, butent en général sur la question de la conservation de l'énergie et sur celle de la localité. Mais en relativité générale, l'énergie de la gravité comporte une incertitude intrinsèque, plus particulièrement en ce qui concerne son mode de contribution à l'état superposé. L'énergie de la gravité est non locale en théorie de la relativité générale : l'énergie potentielle de gravitation contribue (négativement) de façon non locale à l'énergie totale et les ondes gravitationnelles extraient du système de l'énergie non locale (positive). Même un espace-temps plat peut participer à l'énergie totale dans certaines circonstances. L'incertitude en énergie pour l'état superposé de deux localisations de la masse, considérée ici, est en accord (*via* la relation de Heisenberg) avec le temps de désintégration (*fig. 4.4*).

QUESTIONS ET RÉPONSES

Question : Le professeur Hawking a fait allusion au fait que le champ de gravitation était, d'une certaine façon, plus particulier que les autres champs. Qu'en pensez-vous ?

Réponse : Le champ de gravitation est sans aucun doute particulier. Ironie de l'histoire, Newton a mis la physique sur les rails en produisant une théorie de la gravité et cette théorie a été érigée en paradigme originel pour toutes les autres interactions physiques. Mais aujourd'hui il apparaît que la gravité est de fait clairement différente des autres interactions. La gravité est la seule interaction qui touche à la causalité, avec les implications profondes que cela suppose en ce qui concerne les trous noirs et la perte d'information.

CHAPITRE V

LA COSMOLOGIE QUANTIQUE

S. W. Hawking

Dans cette troisième conférence, je vais m'intéresser à la cosmologie. Pendant longtemps, la cosmologie a été considérée comme une pseudo-science, une sorte de chasse gardée des physiciens ayant, avec l'âge, viré au mysticisme, après avoir fait du bon travail dans leurs jeunes années. Deux raisons expliquent ces réticences antérieures. Tout d'abord, l'absence presque totale d'observations fiables. À vrai dire, avant les années vingt on ne disposait que d'une seule observation cosmologique importante : le fait que, la nuit, le ciel est noir – ce que l'on ne savait pas interpréter. Cependant, au cours des dernières années, l'étendue et la qualité des observations cosmologiques se sont considérablement améliorées grâce au développement des moyens techniques ; en sorte qu'il n'est plus possible de refuser le statut de science à la cosmologie sous prétexte qu'elle ne repose pas sur une base observationnelle.

La deuxième objection est plus sérieuse. La cosmologie ne peut faire aucune prédiction concernant l'univers si elle ne fait pas d'hypothèse sur les conditions initiales. En l'absence d'une telle hypothèse, on ne peut rien dire si ce n'est que les choses sont comme elles sont aujourd'hui parce qu'elles étaient comme elles étaient à une époque antérieure. Or il existe des gens qui pensent que la science ne doit s'intéresser qu'aux lois locales gouvernant l'évolution de l'univers dans le temps ; les conditions aux limites valables pour l'univers, qui le déterminent à son commencement, leur semblent relever de la métaphysique ou de la religion plus que de la science.

À cet égard, les théorèmes que Roger Penrose et moi-même avons démontrés n'ont fait qu'empirer les choses. Ces théorèmes montrent que, selon la relativité générale, il doit y avoir une singularité dans notre passé, singularité où les équations du champ ne peuvent être définies. La relativité générale pose donc elle-même le piège dans lequel elle va tomber : elle prédit qu'elle ne peut pas prédire l'univers.

Cette conclusion qui n'était pas pour déplaire à certains m'a toujours profondément perturbé. Si les lois de la physique peuvent cesser d'être valables au début de l'univers, pourquoi ne pourraient-elles pas cesser de l'être n'importe quand ? En théorie quantique, il existe un principe selon lequel tout ce qui n'est pas absolument interdit peut se produire. Si l'on admet que des histoires singulières ont pu participer à l'intégrale de chemin de l'univers, elles peuvent intervenir n'importe où et c'en est fini de la prédictibilité. Si les lois de la physique s'effondrent au niveau des singularités, elles peuvent tout aussi bien s'effondrer n'importe où.

La seule façon d'obtenir une théorie scientifique est d'admettre que les lois de la physique valent partout y compris au commencement de l'univers. On peut voir là le triomphe des principes démocratiques : pourquoi le commencement de l'univers ne serait-il pas soumis aux lois qui gouvernent les autres points ? Si tous les points sont égaux, on ne peut permettre à certains d'être plus égaux que d'autres.

Pour mettre en œuvre l'idée que les lois de la physique valent partout, il ne faut calculer l'intégrale de chemin que sur des métriques non singulières. On sait que dans le cas des intégrales de chemin ordinaires la mesure est concentrée sur des trajets non différentiables. Mais ces derniers sont la complétion dans une topologie adéquate d'un ensemble de trajets réguliers où l'action est bien définie. De même, on s'attend à ce que l'intégrale de chemin de la gravité quantique doive être calculée sur la complétion de l'espace des métriques régulières. Ce que l'intégrale de chemin ne peut pas inclure, ce sont les métriques comportant des singularités dont l'action n'est pas définie.

Dans le cas des trous noirs, nous avons vu que l'intégrale de

chemin doit être calculée sur une métrique euclidienne, c'est-à-dire positive définie. Nous avons vu que cela signifiait que les singularités des trous noirs, telles que la solution de Schwarzschild, n'apparaissent pas sur la métrique euclidienne qui ne se prolonge pas à l'intérieur de l'horizon. On peut voir là une version quantique de la censure cosmique : l'effondrement de la structure au niveau d'une singularité ne doit affecter aucune mesure physique.

Il apparaît donc que l'intégrale de chemin pour la gravité quantique doit être calculée sur des métriques euclidiennes non singulières. Quelles sont alors, pour ces métriques, les conditions sur les bords ? Le choix se réduit à deux possibilités naturelles, et seulement deux. Première possibilité : les métriques qui tendent vers la métrique euclidienne plate à l'extérieur d'un ensemble compact. Deuxième possibilité : les métriques sur des variétés qui sont compactes et sans bord.

Les choix naturels pour l'intégrale de chemin de la gravitation quantique

1. Métriques asymptotiquement euclidiennes.
2. Métriques compactes sans bord.

La première classe des métriques asymptotiquement euclidiennes convient manifestement pour tous les problèmes de diffusion (*fig. 5.1*). Dans ce cas, on envoie des particules depuis l'infini et on observe ce qui sort à l'infini également. Toutes les mesures se font à l'infini où l'on a une métrique de fond plate et l'on peut interpréter les petites fluctuations des champs en termes de particules, comme on a coutume de le faire. On ne se pose pas la question de savoir ce qui se passe dans la région centrale d'interaction. C'est pourquoi on calcule l'intégrale de chemin sur toutes les histoires possibles dans la région d'interaction, c'est-à-dire sur toutes les métriques asymptotiquement euclidiennes.

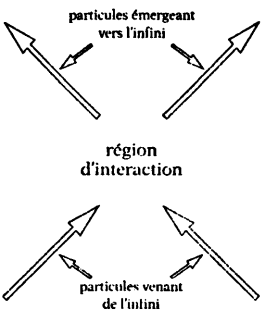


Figure 5.1. *Dans un calcul de diffusion, les mesures sont effectuées sur les particules incidentes et émergentes à l'infini ; on cherche donc à étudier des métriques asymptotiquement euclidiennes.*

Mais, en cosmologie les mesures qui nous intéressent sont celles effectuées dans une région finie, et non à l'infini. Nous sommes à l'intérieur de l'univers ; nous ne le regardons pas depuis son extérieur. Pour voir ce que cela change, supposons dans un premier temps que l'intégrale de chemin pour la cosmologie doive être calculée sur toutes les métriques asymptotiquement euclidiennes. Les probabilités des résultats de mesure dans une région finie devraient alors être la somme de deux termes. Un terme provenant des métriques asymptotiquement euclidiennes connexes et un autre dû aux métriques non connexes formées d'un espace-temps compact contenant la région des mesures et d'une métrique séparée asymptotiquement euclidienne (*fig. 5.2*). On ne peut pas exclure de l'intégrale de chemin les métriques non connexes car elles peuvent être approximées par des métriques connexes dont les différentes composantes sont reliées entre elles par des tubes fins, ou trous de ver, d'action négligeable.

Les régions d'espaces-temps compactes non connexes n'affectent pas les calculs de diffusion parce qu'elles ne sont pas connexes à l'infini, là où se font toutes les mesures. En revanche elles affectent les mesures cosmologiques faites dans une région finie. De fait, les contributions des métriques non

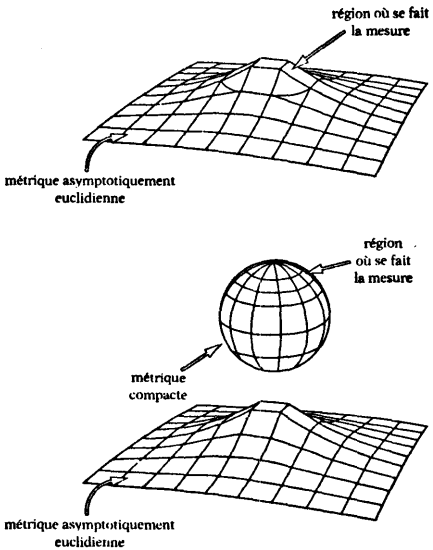


Figure 5.2. *Les mesures cosmologiques sont effectuées dans une région finie ; il faut donc considérer deux types de métriques asymptotiquement euclidiennes : celles qui sont connexes (partie haute de la figure) et celles qui ne le sont pas (en bas).*

connexes l'emportent sur celles des métriques asymptotiquement euclidiennes connexes. En sorte que même si l'on calculait l'intégrale de chemin en cosmologie sur toutes les métriques asymptotiquement euclidiennes, le résultat serait à peu près le même que si l'on avait calculé l'intégrale de chemin sur toutes les métriques compactes. Dans ces conditions, il semble plus naturel en cosmologie de calculer l'intégrale de chemin sur toutes les métriques compactes sans bords – c'est ce que Jim Hartle et moi-même avons proposé en 1983.

Suggestion selon laquelle il n'y a pas de bord (Hartle et Hawking)

L'intégrale de chemin de la gravité quantique doit être calculée sur toutes les métriques compactes euclidiennes.

Soit encore, en paraphrasant : la condition sur les bords de l'univers est qu'il n'a pas de bord.

Le reste de cette conférence sera consacré à montrer que cette suggestion semble rendre compte de l'univers dans lequel nous vivons, à savoir un univers isotrope et homogène en expansion, présentant de faibles perturbations. Il est possible d'observer à la fois le spectre et la statistique de ces perturbations dans les fluctuations du fond cosmique. Les résultats, jusqu'à présent, sont en bon accord avec les prédictions faites sur la base de notre suggestion. Le jour où les observations du fond cosmologique seront étendues à de plus petites échelles angulaires, notre proposition, ainsi d'ailleurs que l'ensemble du programme de la gravité quantique euclidienne, pourra être véritablement testée.

Afin d'utiliser la suggestion de Hartle et Hawking à des fins de prédictions, il est commode d'introduire un concept qui permette de décrire l'état de l'univers à un instant donné. Considérons la probabilité pour que la variété d'espace-temps M contienne une inclusion constituée d'une variété tridimensionnelle Σ de métrique induite h_{ij}. Cette probabilité est donnée par l'intégrale de chemin calculée sur toutes les métriques g_{ab} sur M qui induisent h_{ij} sur Σ.

$$\text{Probabilité d'avoir la métrique } h_{ij} \text{ induite sur } \Sigma$$

$$= \int_{\substack{\text{métriques sur } M \text{ qui} \\ \text{induisent } h_{ij} \text{ sur } \Sigma}} d[g]e^{-I}.$$

Si M est simplement connexe, comme je le suppose ici, la surface Σ divise M en deux parties M^+ et M^- (*fig. 5.3*). Dans ce cas, la probabilité pour Σ d'avoir la métrique h_{ij} se factorise. Elle

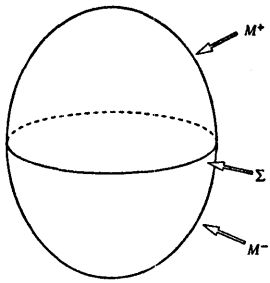


Figure 5.3. *La surface Σ divise la variété compacte simplement connexe* M *en deux parties* M^+ *et* M^-.

est le produit de deux fonctions Ψ^+ et Ψ^-, lesquelles sont données par les intégrales de chemin sur toutes les métriques sur M^+ et M^- respectivement, qui induisent la métrique de dimension trois h_{ij} sur Σ.

$$\text{Probabilité de } h_{ij} = \Psi^+(h_{ij}) \times \Psi^-(h_{ij}), \text{ où}$$

$$\Psi^+(h_{ij}) = \int_{\substack{\text{métriques sur } M \text{ qui} \\ \text{induisent } h_{ij} \text{ sur } \Sigma}} d[g]e^{-I}.$$

Dans la plupart des cas, les deux fonctions sont égales, ce qui permet de supprimer les indices + et –. Ψ est ce que l'on appelle la « fonction d'onde de l'univers ». S'il existe des champs de matière ϕ, la fonction d'onde dépend également de leurs valeurs ϕ_0 sur Σ. Mais elle ne dépend pas explicitement du temps car dans un univers fermé aucune coordonnée de temps n'est privilégiée. La suggestion de Hartle et Hawking implique que la fonction d'onde de l'univers soit donnée par une intégrale de chemin sur des champs définis sur une variété compacte M^+ ayant pour seul bord la surface Σ (*fig. 5.4*). L'intégrale de chemin est à prendre sur toutes les métriques et tous les champs de matière définis sur M^+ compatibles avec h_{ij} et sur les champs de matière ϕ_0 sur Σ.

On peut décrire la position de la surface Σ par une fonction

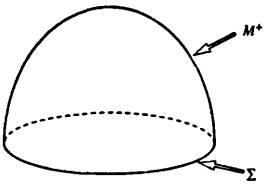


Figure 5.4. *La fonction d'onde est obtenue sous forme d'intégrale de chemin sur* M⁺.

τ de trois coordonnées x_i sur Σ. Mais la fonction d'onde définie par l'intégrale de chemin ne peut dépendre ni de τ ni du choix des coordonnées x_i. On en déduit que la fonction d'onde Ψ doit obéir à quatre équations différentielles fonctionnelles. À trois d'entre elles on donne le nom de « contraintes sur les moments ».

Équations de contrainte sur les moments

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial h_{ij}}\right)_{ij} = 0.$$

Elles expriment le fait que la fonction d'onde doit être la même pour des métriques de dimension trois h_{ij} différentes, obtenues les unes à partir des autres par transformations des coordonnées x_i. La quatrième équation est appelée équation de Wheeler-DeWitt :

Équation de Wheeler-DeWitt

$$\left(G_{ijkl}\frac{\partial^2}{\partial h_{ij}\partial h_{kl}} - h^{\frac{1}{2}}\,{}^3R\right)\Psi = 0.$$

Cette équation traduit l'indépendance de la fonction d'onde par rapport à τ. On peut la considérer comme l'équation de Schrödinger pour l'univers. Elle ne contient pas de dérivée par rapport au temps, car la fonction d'onde ne dépend pas explicitement du temps.

Pour estimer la fonction d'onde de l'univers, on peut remplacer l'intégrale de chemin par sa valeur dans l'approximation du point-selle, comme dans le cas des trous noirs. On commence par trouver une métrique euclidienne g_0 sur la variété M^+ qui satisfait aux équations du champ et induit la métrique h_{ij} sur le bord Σ. On peut alors développer l'action en puissances au voisinage de la métrique de fond g_0.

$$I[g] = I[g_0] + \frac{1}{2}\delta g I_2\, \delta g + \ldots$$

Comme précédemment, le terme linéaire en δg est nul. Le terme quadratique peut être considéré comme donnant la contribution des gravitons sur la métrique de fond et les termes d'ordre supérieur comme des interactions entre les gravitons. Ces dernières peuvent être négligées lorsque le rayon de courbure de la métrique de fond est grand à l'échelle de Planck. En conséquence :

$$\Psi \approx \frac{1}{(\det I_2)^{\frac{1}{2}}}\, e^{-I[g_0]}.$$

L'étude d'un exemple simple permet de voir à quoi ressemble la fonction d'onde. Considérons une situation dans laquelle il n'y a pas de champs de matière mais existe une constante cosmologique positive Λ. Prenons pour Σ une 3 - sphère et choisissons pour la métrique h_{ij} la métrique d'une 3 - sphère de rayon a. Pour la variété M^+ limitée par Σ, on peut alors choisir la boule quadridimensionnelle. La métrique qui obéit aux équations du champ est une partie d'une 4 - sphère de rayon $\frac{1}{H}$, avec $H^2 = \frac{\Lambda}{3}$. L'action s'écrit :

$$I = \frac{1}{16\pi}\int (R - 2\Lambda)(-g)^{\frac{1}{2}} d^4x + \frac{1}{8\pi}\int K(\pm h)^{\frac{1}{2}} d^3x.$$

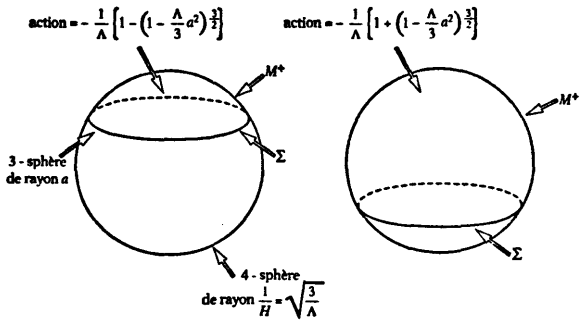


Figure 5.5. *Les deux solutions euclidiennes* M^+ *possibles limitées par* Σ*, et leurs actions.*

Pour une 3 - sphère Σ de rayon inférieur à $\frac{1}{H}$, il existe deux solutions euclidiennes possibles: M^+ peut être soit moins qu'un hémisphère, soit plus (*fig. 5.5*). Cependant, il est possible de développer des arguments obligeant à choisir la solution correspondant à moins qu'un hémisphère.

La figure suivante (*fig. 5.6*) montre la contribution à la fonction d'onde due à la métrique g_0. Lorsque le rayon de Σ est inférieur à $\frac{1}{H}$, la fonction croît exponentiellement comme exp a^2. Mais, lorsque a est plus grand que $\frac{1}{H}$, il est possible de prolonger analytiquement le résultat pour les valeurs plus petites de a ; on obtient alors une fonction qui oscille très rapidement.

Une telle fonction d'onde peut être interprétée de la façon suivante. La solution en fonction du temps réel des équations d'Einstein qui contient un terme Λ et présente la symétrie maximale est l'espace de De Sitter. Cet espace peut être enchâssé, sous forme d'hyperboloïde, dans un espace de Minkowski à cinq dimensions (*encadré 5.A*). On peut penser qu'il s'agit d'un univers fermé qui, partant d'une taille infinie, rétrécit jusqu'à un rayon minimum, pour ensuite entrer en expansion exponentielle. La métrique peut être écrite sous forme d'univers de Friedmann auquel on a fait subir un facteur d'échelle chHt. En posant $\tau = it$, on change le cosinus hyper-

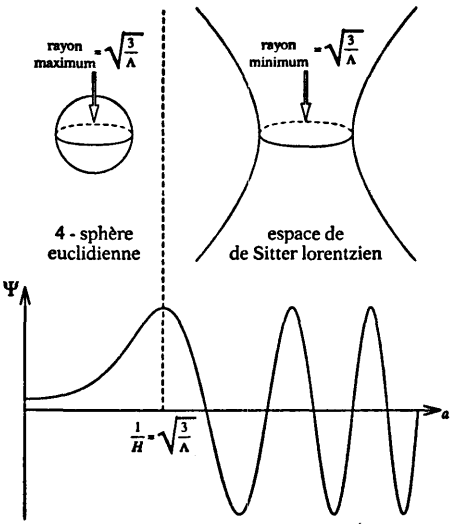


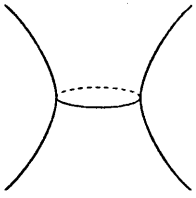
Figure 5.6. *Dépendance de la fonction d'onde en fonction du rayon de* Σ

bolique en cosinus ordinaire et on obtient la métrique euclidienne sur une quatre sphère de rayon $\frac{1}{H}$ (*encadré 5.B*). D'où l'idée qu'une fonction d'onde qui varie exponentiellement en fonction de la métrique de dimension trois h_{ij} correspond à une métrique euclidienne avec temps imaginaire. Par ailleurs, une fonction d'onde qui oscille rapidement correspond à une métrique lorentzienne avec temps réel.

Tout comme dans le cas de la création d'une paire de trous noirs, il est possible de décrire la création spontanée d'un univers en expansion exponentielle : on fait se raccorder la moitié inférieure de la 4 - sphère euclidienne à la partie supérieure de l'hyperboloïde lorentzien (*fig. 5.7*). À la différence du cas de la création d'une paire de trous noirs, il n'est pas possible de considérer que l'univers de De Sitter a été créé à partir de l'énergie du champ dans un espace préexistant. Au

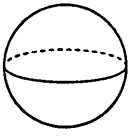
Encadré 5.A. Métrique lorentzienne de de Sitter

$$ds^2 = -dt^2 + \frac{1}{H^2}\operatorname{ch} Ht(dr^2 + \sin^2 r(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2))$$



Encadré 5.B. Métrique euclidienne

$$ds^2 = d\tau^2 + \frac{1}{H^2}\operatorname{ch} H\tau(dr^2 + \sin^2 r(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2))$$



contraire : cet univers a été créé littéralement à partir de rien : non pas à partir du vide, mais bien à partir de rien, absolument rien, car il n'y a rien à l'extérieur de l'univers. Dans le régime euclidien, l'univers de De Sitter est un simple espace fermé, comme la surface de la Terre, à ceci près qu'il comporte deux dimensions de plus. Si la constante cosmologique est petite à l'échelle de Planck, la courbure de la 4 - sphère

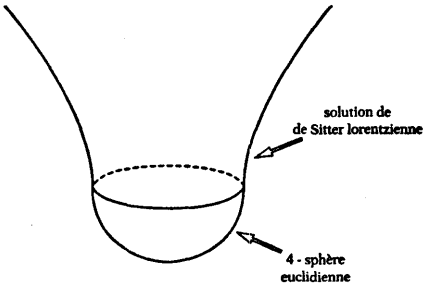


Figure 5.7. *L'« effet tunnel » produisant un univers en expansion peut être décrit comme le raccordement d'une moitié de la solution euclidienne à une moitié de la solution lorentzienne.*

euclidienne doit être faible. Autrement dit, l'approximation de l'intégrale de chemin donnée par la méthode du point-selle doit être valable et le calcul de la fonction d'onde de l'univers ne doit pas être affecté par notre ignorance de ce qui se passe aux fortes courbures.

On peut également résoudre les équations du champ pour des métriques limites qui ne sont pas exactement celles d'une 3 - sphère. Si le rayon de la 3 - sphère est inférieur à $\frac{1}{\Lambda}$, la solution est une métrique réelle euclidienne. L'action est alors réelle et la fonction d'onde exponentiellement amortie par rapport à la 3 - sphère de même volume. Si le rayon de la 3 - sphère est supérieur à une valeur critique, on obtient deux solutions complexes conjuguées et la fonction d'onde oscille rapidement pour de petites variations de h_{ij}.

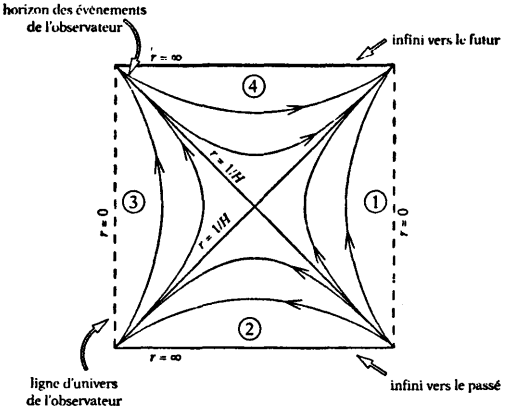
Toute mesure effectuée en cosmologie peut être formulée à l'aide de la fonction d'onde. La proposition selon laquelle il n'y a pas de bord fait de la cosmologie une science car on peut alors prédire le résultat de n'importe quelle observation. Le cas que nous venons de considérer, celui où il n'y a pas de champ de matière et seulement une constante cosmologique, ne correspond pas à l'univers dans lequel nous vivons. Il n'en constitue pas moins un exemple utile, à la fois parce qu'il s'agit d'un modèle simple susceptible d'une solution quasi explicite

et parce que, comme nous allons le voir, il semble correspondre aux premiers stades de l'univers.

Bien que ce ne soit pas immédiatement visible sur la fonction d'onde, un univers de De Sitter a des propriétés thermiques analogues à celles d'un trou noir. Pour le voir, il suffit d'écrire la métrique de De Sitter sous forme statique plutôt qu'en tant que solution de Schwarzschild (*encadré 5.C*).

Encadré 5.C. Forme statique de la métrique de de Sitter

$$ds^2 = -(1 - H^2r^2)dt^2 + (1 - H^2r^2)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$



Il existe une singularité apparente en $r = \frac{1}{H}$. Mais, comme pour la solution de Schwarzschild, il est possible de la supprimer par une transformation des coordonnées et elle correspond à un horizon des événements. Cela se voit sur le diagramme de Carter-Penrose qui est un carré. La ligne verticale en pointillés sur la gauche représente le centre de la symétrie

sphérique, où le rayon r des 2 - sphères devient nul. Il existe un autre centre de symétrie sphérique, représenté par la ligne verticale en pointillés sur la droite. Les lignes horizontales en haut et en bas du diagramme représentent les infinis vers le passé et vers le futur qui, dans ce cas, sont du genre espace. La diagonale qui va du haut à gauche vers le bas à droite est la limite du passé d'un observateur situé au centre de symétrie à gauche. On peut donc dire que c'est l'horizon des événements de cet observateur. Toutefois, un observateur dont la ligne d'univers aboutirait en un autre endroit à l'infini vers le futur aurait un horizon des événements différent. Les horizons des événements sont donc personnalisés dans l'espace de De Sitter.

Si l'on revient à la forme statique de la métrique de de Sitter, et si l'on pose $\tau = it$, on obtient une métrique euclidienne. Il existe une singularité apparente, sur l'horizon. Cependant, en définissant une nouvelle coordonnée radiale et en identifiant τ modulo la période $\frac{2\pi}{H}$, on obtient une métrique euclidienne régulière qui n'est autre que la 4 - sphère. Du fait que la coordonnée de temps imaginaire est périodique, l'espace de De Sitter et tous les champs quantiques dans cet espace doivent se comporter comme s'ils étaient à la température $\frac{H}{2\pi}$. Nous verrons bientôt que les conséquences de cette température sont observables dans les fluctuations du rayonnement fossile. Il est possible d'appliquer des arguments semblables à ceux invoqués dans le cas du trou noir à l'action de la solution de De Sitter euclidienne. On trouve alors que cette solution a une entropie intrinsèque égale à $\frac{A}{4\hbar}$, c'est-à-dire un quart de la surface de l'horizon des événements. Ici également, cette entropie a une origine topologique : le nombre d'Euler de la 4 - sphère est deux ; ce qui veut dire qu'il n'est pas possible de définir une coordonnée de temps globale sur un espace de De Sitter euclidien. On peut considérer que cette entropie cosmologique reflète le manque de connaissance de l'observateur sur l'univers au-delà de son horizon des événements.

Métrique euclidienne périodique, de période $\frac{2\pi}{H}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Température} = \dfrac{H}{2\pi} \\ \text{Aire de l'horizon des événements} = \dfrac{4\pi}{H^2} \\ \text{Entropie} = \dfrac{\pi}{H^2} \end{cases}$$

L'espace de De Sitter ne constitue pas un bon modèle de l'univers dans lequel nous vivons parce qu'il est vide et parce qu'il est en expansion exponentielle. C'est un fait d'observation : l'univers contient de la matière et de l'étude du fond de rayonnement fossile et de l'abondance des éléments légers, nous déduisons que l'univers a été considérablement plus chaud et plus dense dans le passé qu'il ne l'est aujourd'hui. Le modèle le plus simple qui soit compatible avec les observations est appelé modèle du big bang chaud (*fig. 5.8*). Dans ce scénario, l'univers commence en une singularité, rempli de rayonnement et à une température infinie. Au fur et à mesure de son expansion, le rayonnement se refroidit et sa densité d'énergie décroît. Au bout du compte, la densité d'énergie du rayonnement devient inférieure à celle de la densité de matière non relativiste ; l'expansion est alors régie par la matière. Il est cependant encore possible d'observer les vestiges du rayonnement dans le fond de rayonnement micro-onde à une température d'environ 3 K au-dessus du zéro absolu.

Le modèle du big bang chaud présente les mêmes difficultés que toute cosmologie pour laquelle on n'a pas de théorie des conditions initiales : il n'a pas de pouvoir prédictif. Dans la mesure où la théorie de la relativité générale ne doit plus être valable au niveau d'une singularité, n'importe quoi peut sortir du big bang. Aussi, pourquoi l'univers est-il si homogène et isotrope à grande échelle alors qu'il présente des irrégularités locales, telles que les galaxies et les étoiles ? Et pourquoi l'univers se trouve-t-il si près de la ligne de démarcation entre

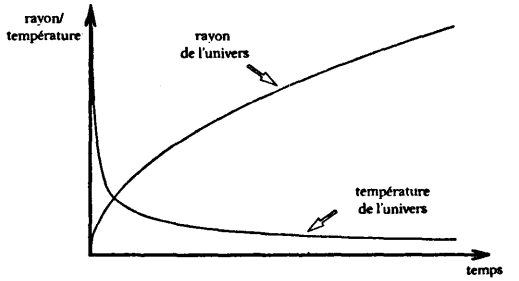


Figure 5.8. *Dans le modèle du big bang chaud, le rayon et la température de l'univers sont fonction du temps.*

un nouvel effondrement et la poursuite infinie de son expansion ? Pour être si proches que nous le sommes à l'heure actuelle de cette ligne de démarcation, il a fallu que le taux d'expansion ait été, dans les tout premiers temps, choisi avec une précision fantastique. Si le taux d'expansion une seconde après le big bang avait été inférieur d'une fraction 10^{-10} de sa valeur, l'univers se serait effondré au bout de quelques millions d'années. S'il avait été supérieur dans la même proportion, il aurait été pratiquement vide au bout de quelques millions d'années. Dans un cas comme dans l'autre, l'univers n'aurait pas duré assez longtemps pour que la vie s'y développe. On doit donc ou bien faire appel au principe anthropique ou bien trouver une explication physique au fait que l'univers est tel qu'il est.

Le modèle du big bang chaud n'explique pas pourquoi :

1. l'univers est presque homogène et isotrope mais présente de petites perturbations ;
2. le taux d'expansion de l'univers est presque exactement celui qui évite qu'il s'effondre à nouveau.

Selon certains, ce qu'il est convenu d'appeler l'*inflation* évite d'avoir recours à une théorie des conditions initiales. L'idée

est que l'univers a pu démarrer avec le big bang en étant dans presque n'importe quel état. Dans les parties de l'univers où se trouvaient satisfaites les conditions adéquates, il y aurait eu une période d'expansion exponentielle, appelée « inflation ». Cela aurait eu pour effet non seulement d'augmenter considérablement la taille de la région en question, qui se trouverait multipliée par un facteur de l'ordre de 10^{30}, voire plus, mais également de laisser cette région dans un état homogène et isotrope, en expansion exactement au taux qui évite un nouvel effondrement. La vie intelligente, selon ce que prétendent les défenseurs de cette conception, ne se serait développée que dans les régions ayant subi l'inflation. Il ne faudrait pas s'étonner, dans ces conditions, de ce que notre région soit homogène et isotrope, et en expansion exactement au taux critique.

Mais l'inflation ne peut à elle seule expliquer l'état actuel de l'univers. Pour le voir, il suffit de considérer n'importe quel état de l'univers aujourd'hui et de le faire reculer dans le temps. À condition qu'il y ait suffisamment de matière, les théorèmes sur les singularités impliquent qu'il y ait eu une singularité dans le passé. Il est possible de choisir pour conditions initiales du modèle considéré les conditions initiales de l'univers au moment du big bang. De cette façon, il est possible de montrer que des conditions initiales arbitraires au moment du big bang conduisent à n'importe quel état aujourd'hui. On ne peut même pas soutenir que la plupart des états initiaux donnent un état du genre de celui que nous observons aujourd'hui : les mesures naturelles des conditions initiales qui donnent un univers tel que le nôtre et de celles qui ne le donnent pas sont infinies. Il est donc impossible de soutenir que l'une est plus grande que l'autre.

D'un autre côté, nous avons vu, dans le cas de la gravité avec une constante cosmologique mais sans champ de matière, que la condition selon laquelle il n'y a pas de bord pouvait conduire à un univers prédictible dans les limites de la théorie quantique. Ce modèle bien particulier ne décrit pas l'univers dans lequel nous vivons, univers rempli de matière et dont la constante cosmologique est nulle ou très petite. On peut obtenir un modèle plus réaliste en laissant tomber la constante

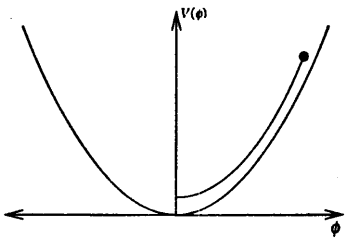


Figure 5.9. *Potentiel correspondant à un champ scalaire « massif ».*

cosmologique et en incluant des champs de matière. En particulier, il semble nécessaire d'introduire un champ scalaire ϕ et un potentiel $V(\phi)$. Je supposerai que V présente un minimum égal à 0 pour $\phi = 0$. Par exemple, on peut songer à un champ scalaire « massif » $V = \frac{1}{2}m^2\phi^2$ (*fig. 5.9*).

Tenseur énergie-impulsion d'un champ scalaire

$$T_{ab} = \phi_{,a}\phi_{,b} - \frac{1}{2}g_{ab}\phi_{,c}\phi^{,c} - g_{ab}V(\phi).$$

On voit sur le tenseur énergie-impulsion que si le gradient de ϕ est petit, $V(\phi)$ se comporte comme une constante cosmologique efficace.

La fonction d'onde dépend alors de la valeur ϕ_0 de ϕ sur Σ et de la métrique induite h_{ij}. On peut résoudre les équations du champ pour des métriques de 3 - sphère petites et des valeurs de ϕ_0 élevées. La solution correspondant à cette limite est approximativement une partie d'une 4 - sphère et un champ ϕ presque constant. La situation est la même que pour l'espace de De Sitter, le potentiel $V(\phi)$ jouant le rôle de constante cosmologique. De façon semblable, si le rayon a de la 3 - sphère est un peu plus grand que le rayon de la 4 - sphère euclidienne, on obtient deux solutions complexes conjuguées qui sont comme une moitié de la 4 - sphère euclidienne raccordée à la

solution lorentzienne de De Sitter avec un ϕ à peu près constant. La suggestion selon laquelle il n'y a pas de bord prédit la création spontanée d'un univers en expansion exponentielle dans ce cas, comme dans celui de De Sitter.

Considérons maintenant l'évolution de ce modèle. Contrairement à ce qui se passe dans le cas de De Sitter, ce modèle ne continue pas indéfiniment en expansion exponentielle. Le champ scalaire descend le long de la pente du potentiel V et atteint son minimum pour $\phi = 0$. Cependant, si la valeur initiale de ϕ est plus grande que la valeur de Planck, le rythme de cette descente est lent au regard de l'échelle de temps de l'expansion. L'univers subit donc une expansion considérable, presque exponentielle. Lorsque le champ scalaire atteint des valeurs d'ordre 1, il se met à osciller autour de la valeur $\phi = 0$. Pour la plupart des potentiels V les oscillations sont rapides en comparaison du temps d'expansion. On admet généralement que l'énergie de ces oscillations du champ scalaire est convertie en paires d'autres particules et chauffe l'univers. Cette supposition repose sur une hypothèse relative à la flèche du temps – sur laquelle je reviendrai dans un instant.

Cette expansion exponentielle considérable aurait laissé l'univers dans un état où le taux d'expansion a pratiquement la valeur critique. Ainsi la suggestion selon laquelle il n'y a pas de bord permet-elle d'expliquer pourquoi l'univers est encore dans un état si proche du taux critique d'expansion. Si l'on veut savoir ce que prédit le modèle quant à l'homogénéité et l'isotropie de l'univers, il suffit de considérer des métriques de dimensions trois h_{ij} qui sont des perturbations de la métrique d'une 3 - sphère. Ces perturbations peuvent être développées en harmoniques sphériques, dont il existe trois sortes : des harmoniques scalaires, des harmoniques vectorielles et des harmoniques tensorielles. Les harmoniques vectorielles correspondent simplement à des changements des coordonnées x_i sur des 3 - sphères successives et ne jouent aucun rôle dynamique. Les harmoniques tensorielles correspondent à des ondes gravitationnelles dans l'univers en expansion ; quant aux harmoniques scalaires, elles correspondent en partie à des per-

turbations dans la densité et en partie à la liberté de choix des coordonnées.

Harmoniques tensorielles – Ondes gravitationnelles

Harmoniques vectorielles – Jauge

Harmoniques scalaires – Perturbations de la densité

La fonction d'onde Ψ s'écrit alors sous forme du produit d'une fonction d'onde Ψ_0 correspondant à la métrique d'une 3 - sphère de rayon a et des fonctions d'onde correspondant aux coefficients des harmoniques :

$$\Psi[h_{ij}, \phi_0] = \Psi_0(a, \bar{\phi})\Psi_a(a_n)\Psi_b(b_n)\Psi_c(c_n)\Psi_d(d_n).$$

L'équation de Wheeler-DeWitt que doit satisfaire la fonction d'onde peut être développée à tous les ordres en puissance de a et du champ scalaire moyen $\bar{\phi}$, mais au premier ordre en fonction des perturbations. On obtient une série d'équations de Schrödinger relatives au taux de variation des fonctions d'onde de perturbation en fonction de la coordonnée de temps de la métrique de fond.

Équations de Schrödinger

$$i\frac{\partial \psi(d_n)}{\partial t} = \frac{1}{2a^3}\left(-\frac{\partial^2}{\partial d_n^2} + n^2 d_n^2 a^4\right)\psi(d_n), \text{ etc.}$$

On peut utiliser la condition selon laquelle il n'y a pas de bord pour obtenir des conditions initiales relatives aux fonctions d'onde de perturbation. On résout les équations du champ dans le cas d'une 3 - sphère petite et légèrement déformée. On

obtient ainsi la fonction d'onde de perturbation durant la période d'expansion exponentielle. Son évolution est ensuite donnée par l'équation de Schrödinger.

Les harmoniques tensorielles, qui correspondent à des ondes gravitationnelles, sont celles dont le traitement est le plus facile. Elles n'ont pas de degré de liberté de jauge et n'interagissent pas directement avec les perturbations matérielles. On peut utiliser la condition selon laquelle il n'y a pas de bord pour trouver la fonction d'onde initiale des coefficients d_n des harmoniques tensorielles dans la métrique perturbée.

État fondamental

$$\Psi(d_n) \propto \exp^{-\frac{1}{2}na^3\dot{d}_n^2} = \exp^{-\frac{1}{2}\omega x^2},$$

$$\text{où } x = a^{\frac{3}{2}}d_n \text{ et } \omega = \frac{n}{a}.$$

On trouve ainsi la fonction d'onde de l'état fondamental d'un oscillateur harmonique dont la fréquence est celle des ondes gravitationnelles. Au cours de l'expansion, cette fréquence décroît. Tant que la fréquence est supérieure au taux d'expansion $\dot{a}/a$, l'équation de Schrödinger assure une relaxation adiabatique de la fonction d'onde et le mode reste dans son état fondamental. Mais arrive un moment où la fréquence devient inférieure au taux d'expansion, lequel garde approximativement une valeur constante durant l'expansion. À ce moment, l'équation de Schrödinger n'est plus capable de modifier la fonction d'onde suffisamment vite pour qu'elle reste dans l'état fondamental lorsque la fréquence change. La fonction d'onde se fige et garde la forme qu'elle avait au moment où la fréquence est tombée en dessous du taux d'expansion.

Une fois terminée l'ère d'expansion, le taux d'expansion décroît plus vite que la fréquence du mode. Ce qui revient à dire que l'horizon d'un observateur, qui est l'inverse du taux

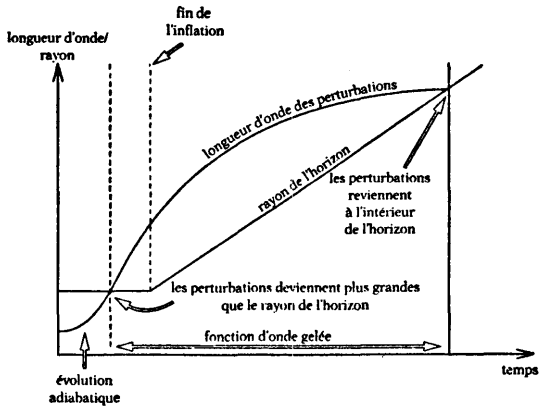


Figure 5.10. *Variations de la longueur d'onde et du rayon de l'horizon en fonction du temps durant l'inflation.*

d'expansion, augmente plus vite que la longueur d'onde du mode. La longueur d'onde dépasse l'horizon durant la période d'inflation et revient à l'intérieur de l'horizon par la suite (*fig. 5.10*). À ce moment, la fonction d'onde est encore la même que lorsque la fonction d'onde s'est figée. La fréquence, en revanche, est beaucoup plus petite. La fonction d'onde correspond donc à un état hautement excité et non pas au fondamental comme c'était le cas lorsque la fonction d'onde s'est figée. Ces excitations quantiques des modes des ondes gravitationnelles produisent des fluctuations angulaires dans le fond de rayonnement micro-onde dont l'amplitude est égale au taux d'expansion (en unités de Planck) à l'instant où la fonction d'onde s'est figée. Les observations réalisées par COBE où les fluctuations du fond de rayonnement sont de l'ordre de 10^{-5} fixent une limite supérieure d'environ 10^{-10} en unités de Planck à la valeur de la densité d'énergie au moment où la fonction d'onde s'est figée. Ce chiffre est suffisamment petit pour que les approximations utilisées soient suffisantes.

Mais les harmoniques tensorielles correspondant aux ondes gravitationnelles ne donnent qu'une limite supérieure pour la densité au moment où s'est produite la congélation. Il se trouve en effet que les harmoniques scalaires donnent des fluctuations plus grandes du fond de rayonnement. Deux des degrés de liberté correspondant aux harmoniques scalaires sont relatifs à la métrique de dimension trois h_{ij} et un troisième au champ scalaire. Mais deux de ces degrés scalaires correspondent à une liberté sur les coordonnées, en sorte que du point de vue physique il ne reste qu'un seul degré de liberté, correspondant à des perturbations de la densité.

L'analyse des perturbations scalaires ressemble beaucoup à celle des harmoniques tensorielles si l'on utilise un certain choix des coordonnées pour la fonction d'onde pendant la période qui précède la congélation et un autre après. Lors du passage d'un système de coordonnées à l'autre, les amplitudes se trouvent multipliées par un facteur égal au taux d'expansion divisé par le taux moyen de variation de ϕ. Ce facteur, qui dépend de la pente du potentiel, vaut à peu près dix pour des potentiels raisonnables. C'est dire que les fluctuations du fond de rayonnement produites par les perturbations de la densité sont au moins dix fois plus grandes que celles dues aux ondes gravitationnelles. Il s'ensuit que la limite supérieure de la valeur de la densité d'énergie au moment où la fonction d'onde s'est figée n'est que 10^{-12} en unités de Planck. Ce qui se situe bien en dessous de la limite de validité des approximations que j'ai faites. Il apparaît donc qu'il n'est pas besoin d'avoir recours à la théorie des cordes, même pour expliquer les débuts de l'univers.

Le spectre des fluctuations en fonction de l'échelle angulaire est en bon accord, dans les limites de précision des observations actuelles, avec la prédiction selon laquelle ce spectre doit être pratiquement indépendant du facteur d'échelle. Quant à la taille des perturbations de la densité, elle est précisément celle requise pour expliquer la formation des étoiles et des galaxies. Il semble donc que la proposition selon laquelle il n'y a pas de bord permette d'expliquer toute la structure de

l'univers, y compris les inhomogénéités dont nous constituons un exemple.

prédictions de COBE + perturbations des ondes gravitationnelles	$\Rightarrow$	limite supérieure sur la densité d'énergie 10^{-10} de la densité de Planck
+ perturbations de la densité	$\Rightarrow$	limite supérieure sur la densité d'énergie 10^{-12} de la densité de Planck
température intrinsèque gravitationnelle de l'univers à ses débuts	$\approx$	10^{-6} de la température de Planck $\approx 10^{26}$ degrés

On peut se représenter les perturbations du fond de rayonnement comme dues à des fluctuations thermiques du champ scalaire ϕ. D'une certaine façon, il n'y a pas à chercher de petit trou noir originel : on a déjà observé une température intrinsèque gravitationnelle d'environ 10^{26} degrés, soit 10^{-6} de la température de Planck.

Et l'entropie intrinsèque associée à l'horizon cosmologique des événements ? Peut-on l'observer ? Je pense que oui ; je pense qu'elle correspond au fait que des objets, tels que les galaxies et les étoiles, sont des objets classiques, bien qu'ils soient le résultat de fluctuations quantiques. Si l'on examine l'univers sur une surface du genre espace Σ couvrant tout l'univers à un instant donné, il est dans un état quantique unique décrit par la fonction d'onde Ψ. Mais, nous ne voyons jamais plus que la moitié de Σ et nous ignorons totalement comment est l'univers au-delà de notre cône de lumière vers le passé. Autrement dit, lors du calcul de la probabilité des diverses observations, il faut faire la somme sur toutes les possibilités correspondant à cette partie de l'univers que nous n'observons pas (*fig. 5.11*). Cette sommation a pour effet de changer l'état de la partie de l'univers que nous observons qui passe d'un état quantique unique à ce que l'on appelle un *état mélangé*, ensemble statistique des différentes possibilités. Un tel effet de décohérence (c'est le terme employé) est nécessaire pour

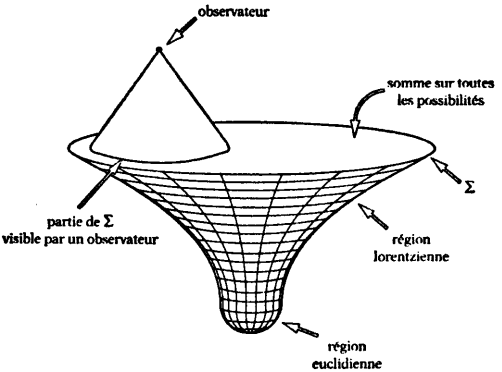


Figure 5.11. *Un observateur ne voit qu'une partie de n'importe quelle surface Σ.*

que le système se comporte de façon classique et non pas de façon quantique. On cherche généralement à rendre compte de cette décohérence par des interactions avec un système extérieur, un thermostat par exemple, lequel n'est pas mesuré. Dans le cas de l'univers, il n'y a pas de système extérieur ; mais je fais la suggestion suivante : si nous observons un comportement classique c'est parce que nous ne voyons qu'une partie de l'univers. On pourrait penser qu'il sera possible dans un avenir lointain de voir tout l'univers et que l'horizon des événements doive disparaître. Tel n'est pas le cas. La proposition selon laquelle il n'y a pas de limite implique que l'univers soit spatialement fermé. Un univers clos doit s'effondrer avant qu'il soit possible d'observer tout l'univers. J'ai essayé de montrer que l'entropie d'un tel univers est égale à un quart de la surface de l'horizon des événements à l'instant d'expansion maximum (*fig. 5.12*). Or, pour cet instant j'obtiens un facteur $\frac{3}{16}$, au lieu de $\frac{1}{4}$. C'est clair : ou bien je ne suis pas sur la bonne voie, ou bien il y a quelque chose que je ne vois pas.

Je terminerai cette conférence en évoquant un sujet sur lequel Penrose et moi divergeons – la flèche du temps. Dans

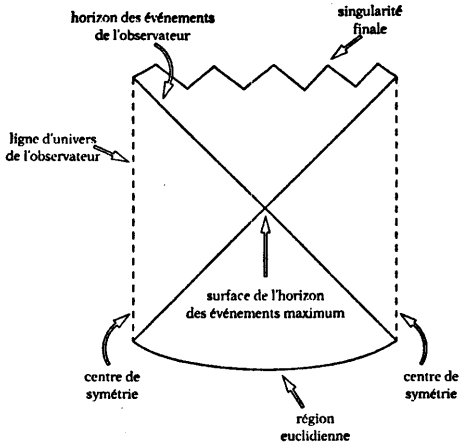


Figure 5.12. *L'univers s'effondrera en une singularité finale avant que l'observateur puisse voir tout l'univers.*

notre région de l'univers, la direction du temps vers l'avant est nettement distincte de celle vers l'arrière. Il suffit de regarder un film passé à l'envers pour voir la différence. Les tasses, au lieu de tomber de la table et de se casser, se réparent toutes seules et sautent sur la table. Si seulement il en était ainsi dans la vraie vie.

Les lois locales auxquelles obéissent les champs physiques sont symétriques en temps, ou plus précisément invariants par CPT[1]. La différence observée entre le passé et le futur doit donc provenir des conditions aux limites de l'univers. Supposons que l'univers soit spatialement clos, qu'il subisse une expansion jusqu'à atteindre sa taille maximum, puis s'effondre. Penrose a insisté sur le fait que dans ce cas l'univers se comporte de façon très différente aux deux bouts de son histoire. Il semble avoir subi une évolution lisse et régulière

1. T : invariance par renversement du temps ; C : conservation de la charge ; P : parité. (*N.d.T.*)

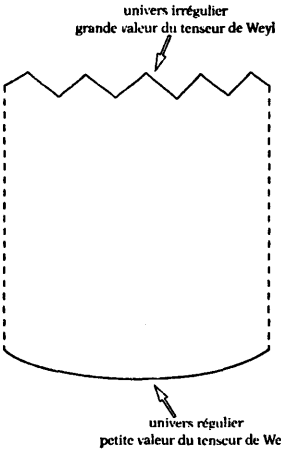


Figure 5.13. *Hypothèse sur le tenseur de Weyl permettant de distinguer les deux extrémités de l'univers.*

à ce que nous appelons le commencement de l'univers. En revanche, on s'attend au moment de son effondrement à un comportement irrégulier et désordonné. Dans la mesure où il y a beaucoup plus de configurations désordonnées que de configurations ordonnées, cela veut dire que les conditions initiales ont été choisies avec une précision incroyable.

Il apparaît donc que les conditions aux limites doivent être différentes aux deux extrémités du temps. Penrose a suggéré que le tenseur de Weyl doit s'annuler à l'une des extrémités du temps et pas à l'autre. Le tenseur de Weyl est cette partie de la courbure de l'espace-temps qui n'est pas déterminée localement par la matière *via* les équations d'Einstein. Elle doit avoir été petite dans les premiers stades d'évolution régulière et ordonnée, et devenir grande pour un univers en effondrement. La suggestion de Penrose permet donc d'établir une distinction entre les deux extrémités du temps ; elle est de ce fait susceptible d'expliquer la flèche du temps (*fig. 5.13*).

Je pense que la proposition de Penrose est irrecevable[1]. Tout d'abord, elle n'est pas invariante par CPT. Penrose y voit un avantage, mais à mon sens il faut s'accrocher aux symétries tant que nous n'avons pas des raisons impérieuses de les abandonner. Je soutiendrai dans un instant qu'il n'est pas nécessaire d'abandonner l'invariance CPT. Ensuite, si le tenseur de Weyl avait été exactement nul au début de l'univers, ce dernier aurait été homogène et isotrope et le serait resté *ad vitam aeternam*. L'hypothèse de Penrose sur le tenseur de Weyl est impuissante à expliquer les fluctuations du fond de rayonnement cosmique, pas plus que les perturbations qui ont donné naissance aux galaxies et aux corps, dont nous-mêmes.

Objections à l'hypothèse sur le tenseur de Weyl

1. Elle n'est pas invariante par CPT.
2. Le tenseur de Weyl ne peut pas avoir été exactement nul. L'hypothèse n'explique pas les petites fluctuations.

En dépit de tout, je pense que Penrose a mis le doigt sur une importante différence entre les deux extrémités du temps. Pour autant, le fait que le tenseur de Weyl ait été petit à l'une des extrémités ne doit pas être posé et imposé sous forme de condition *ad hoc*, mais doit bien plutôt être déduit à partir d'un principe plus fondamental, la proposition selon laquelle il ne doit pas y avoir de bord. On a vu que cette proposition impliquait que les perturbations relatives à la moitié de la 4 - sphère euclidienne raccordée à la moitié de la solution lorentzienne de De Sitter soient dans leur état fondamental. Autrement dit, elles doivent être aussi petites que possible, dans les limites du principe d'incertitude. De là on déduit alors la condition de Penrose sur le tenseur de Weyl : ce tenseur doit être non pas exactement nul, mais aussi proche de zéro qu'il est possible.

1. Ici Hawking fait un jeu de mots intraduisible, jouant sur l'homophonie entre « Weyl » et « vile » (dégoûtant). (*N.d.T.*)

J'ai d'abord pensé que ces considérations sur les perturbations qui doivent être dans leur état fondamental s'appliquaient aux deux extrémités du cycle d'expansion-contraction. L'univers, pensai-je, a commencé de façon régulière et ordonnée et doit devenir de plus en plus désordonné et irrégulier au fur et à mesure de son expansion, mais il doit revenir à un état régulier et ordonné lorsqu'il se contracte. Dans ces conditions, la flèche du temps thermodynamique devrait se renverser lors de la phase de contraction. Les tasses se répareraient d'elles-mêmes et sauteraient du sol sur la table. Les gens rajeuniraient, au lieu de vieillir, en même temps que l'univers rapetisserait. Attendre que l'univers s'effondre dans l'espoir de retrouver la jeunesse n'est guère une bonne idée parce que cela prendra beaucoup de temps. Mais si la flèche du temps s'inverse lorsque l'univers se contracte, on peut penser qu'elle se renverse également à l'intérieur des trous noirs. Cela dit, je ne recommande pas vraiment la plongée dans un trou noir comme moyen de prolonger la vie.

J'ai écrit un article affirmant que la flèche du temps se renverse lorsque l'univers se contracte à nouveau. Mais, par la suite, des discussions avec Don Page et Raymond Laflamme m'ont convaincu que j'avais commis l'erreur de ma vie, en tout cas de ma vie de physicien : l'univers ne reviendra pas à un état régulier lors de son effondrement. Autrement dit, la flèche du temps ne se renversera pas ; elle continuera à pointer dans la même direction que lors de l'expansion.

Comment les deux extrémités du temps peuvent-elles être différentes ? Pourquoi les perturbations sont-elles faibles à une extrémité et pas à l'autre ? La réponse est la suivante : il existe deux solutions complexes possibles des équations du champ se raccordant à une limite ayant la forme d'une petite 3 - sphère. La première est celle que j'ai déjà décrite : c'est à peu près la demi 4 - sphère euclidienne rattachée à une solution de De Sitter lorentzienne (*fig. 5.14*). L'autre solution possible est constituée de la même demi 4 - sphère euclidienne rattachée à une solution lorentzienne qui subit d'abord une expansion jusqu'à avoir un très grand rayon, puis se contracte à nouveau jusqu'à un rayon qui est celui de la frontière don-

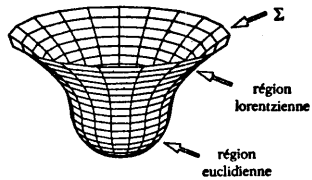


Figure 5.14. *Demi 4 - sphère euclidienne rattachée à une petite région lorentzienne.*

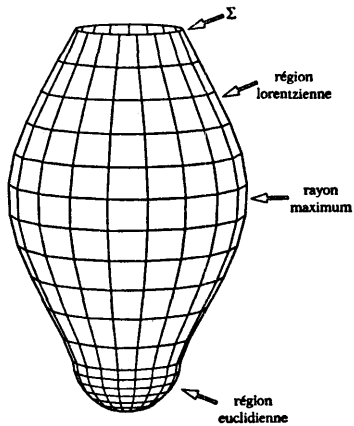


Figure 5.15. *Demi 4 - sphère euclidienne rattachée à une région lorentzienne qui subit une expansion jusqu'à un rayon maximum, puis se contracte.*

née (*fig. 5.15*). Il est clair qu'une des solutions correspond à une extrémité du temps et l'autre à l'autre extrémité. La différence entre les deux extrémités vient de ce que les perturbations de la métrique de dimension trois h_{ij} sont sévèrement atténuées dans le cas de la première solution avec une période lorentzienne très courte. Mais les perturbations peuvent être très grandes et ne pas être significativement atténuées dans le

cas de la solution qui subit une expansion suivie d'une contraction. De là vient la différence entre les deux extrémités du temps signalées par Penrose. À l'une des extrémités, l'univers était très régulier et le tenseur de Weyl était très petit. Mais il ne pouvait valoir exactement zéro car cela aurait constitué une violation du principe d'incertitude. En revanche, il y avait de petites fluctuations qui par la suite se sont développées en galaxies et en corps tels que nous-mêmes. De façon toute différente, l'univers devrait être très irrégulier et chaotique à l'autre extrémité du temps avec un tenseur de Weyl grand. On pourrait ainsi expliquer la flèche du temps telle qu'elle est observée et pourquoi les tasses tombent de la table et se cassent, pourquoi elles ne se réparent pas toutes seules et ne sautent pas du sol sur la table.

Étant donné que la flèche du temps ne va pas se renverser – et que j'ai déjà dépassé mon temps –, je ferais mieux de conclure. J'ai insisté sur les deux caractéristiques les plus remarquables qu'il m'a été donné de connaître au cours de mes recherches : 1° la gravité enroule l'espace-temps en boucle, de sorte que ce dernier a un commencement et une fin ; 2° il existe une relation fondamentale entre la gravité et la thermodynamique due au fait que la gravité elle-même détermine la topologie de la variété sur laquelle elle agit.

La courbure positive de l'espace-temps a produit des singularités où la relativité générale classique cesse d'être valable. Si la censure cosmique nous protège des singularités du type trou noir, c'est en revanche de plein fouet que nous recevons le choc du big bang. La relativité générale classique ne permet pas de prédire comment l'univers commence. Mais la relativité générale quantique, associée à la proposition selon laquelle il n'y a pas de bord, prédit un univers analogue à celui que nous observons et semble même prédire le spectre observé des fluctuations dans le fond de rayonnement fossile. Pourtant, bien que la théorie quantique nous restitue la prédictibilité perdue par la théorie classique, elle ne le fait pas totalement. Parce que nous ne pouvons voir l'espace-temps tout entier du fait de l'horizon des événements (horizon cosmologique ou horizon des trous noirs), nos observations doivent

être décrites par un ensemble statistique d'états quantiques, et non par un seul état. Un niveau supplémentaire d'imprédictibilité est ainsi introduit; mais il se pourrait que ce mélange d'états soit aussi responsable de l'apparence classique de l'univers. Le chat de Schrödinger échapperait alors au destin d'être à moitié vivant et à moitié mort.

Avoir privé la physique de sa prédictibilité et la lui avoir ensuite rendue, en un sens plus restreint, c'est une belle histoire. Voilà, tel est mon point de vue. À vous de juger.

CHAPITRE VI

L'ESPACE-TEMPS DU POINT DE VUE DES TWISTORS

R. Penrose

Je commencerai par faire quelques remarques sur la dernière conférence de Hawking.

Classicalité des chats. Hawking soutient que parce qu'une certaine région de l'espace-temps nous est inaccessible, nous sommes obligés de passer à une description par la matrice densité. Cela ne suffit cependant pas à expliquer la nature classique des observations dans notre région. La matrice densité correspondant à trouver soit un chat vivant, $|\text{vivant}\rangle$, soit un chat mort, $|\text{mort}\rangle$, est la même que la matrice densité qui décrit un mélange des deux superpositions,

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\text{vivant}\rangle + |\text{mort}\rangle\right)$$

et

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\text{vivant}\rangle - |\text{mort}\rangle\right).$$

La matrice densité, à elle seule, ne dit donc pas si nous voyons soit un chat mort soit un chat vivant, ou une superposition des deux. J'ai essayé d'expliquer lors de ma dernière conférence qu'il nous faut quelque chose de plus.

Hypothèse sur la courbure de Weyl (HCW). D'après ce que je comprends de la position de Hawking, il ne me semble pas que notre différend soit si grand sur ce point. Pour une

singularité initiale, la courbure de Weyl est approximativement nulle et les singularités finales ont une grande courbure de Weyl. Hawking a soutenu l'idée qu'il doit y avoir de petites fluctuations quantiques dans l'état initial ; il en a conclu que l'hypothèse selon laquelle la courbure de Weyl doit être exactement zéro ne pouvait pas être raisonnable. Je ne pense pas que nous soyons vraiment en désaccord. L'idée que la courbure de Weyl doive être nulle à la singularité initiale est une idée classique, et un énoncé précis de l'hypothèse requiert une certaine souplesse. De mon point de vue, rien n'interdit de petites fluctuations, certainement en régime quantique. Il faut simplement disposer d'un moyen de les astreindre à être très proches de zéro. On s'attend aussi à des fluctuations thermiques dans le tenseur de Ricci (lié à la matière) au début de l'univers ; il se peut que ces fluctuations aient finalement conduit à la formation de 10^6M de trous noirs *via* l'instabilité de Jeans. Il se pourrait que le voisinage des singularités dans les trous noirs ait une grande courbure de Weyl ; mais il s'agit là de singularités du type final, et non initial, ce qui est en accord avec HCW.

Je suis d'accord avec Hawking sur la nature « botanique », c'est-à-dire phénoménologique et non explicative, de HCW. Il manque une théorie sous-jacente qui l'explique. Peut-être la proposition selon laquelle il n'y a pas de bord (PPB) de Hartle et Hawking constitue-t-elle une candidature sérieuse à la description de la structure de l'état *initial*. Mais il me semble que pour traiter l'état *final* il nous faut autre chose, de très différent. En particulier, une théorie qui explique la structure des singularités devra violer T, PT, CT et CPT pour que puisse se présenter quelque chose de même nature que HCW. Cette brisure de la symétrie par renversement du temps pourrait prendre une forme extrêmement subtile et elle devrait être implicite dans la théorie à venir qui doit aller au-delà de la mécanique quantique. Hawking soutient qu'en vertu d'un théorème bien connu de théorie quantique des champs, on s'attend à ce que la théorie soit invariante par CPT. Mais la démonstration de ce théorème suppose que les règles usuelles de la théorie quantique des champs soient applicables et que

l'espace de fond soit plat. Il me semble que Hawking et moi sommes d'accord sur ce point : la deuxième condition n'est pas vérifiée ; et je pense même que la première hypothèse n'est pas valable.

Il me semble aussi que le point de vue proposé par Hawking s'agissant de PPB n'implique pas qu'il n'y ait pas de trous blancs. Si je comprends bien ce qu'avance Hawking, PPB implique qu'il y ait essentiellement deux solutions : l'une (A) où les perturbations augmentent au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la singularité, et l'autre (B) où ces perturbations s'éteignent. (A) correspond au big bang, alors que (B) décrit les singularités du type trous noirs, et le big crunch. La flèche du temps, déterminée par le deuxième principe de la thermodynamique, va de la solution (A) à la solution (B). Je ne vois cependant pas en quoi cette interprétation de PPB exclut des trous blancs du type (B). Par ailleurs, la « procédure d'euclidisation » me pose des problèmes. L'argument de Hawking repose sur le fait qu'il est possible de coller ensemble un espace euclidien et une solution lorentzienne. Mais ceci ne peut se faire que dans un très petit nombre d'espaces, puisqu'on exige qu'ils aient une section à la fois euclidienne et lorentzienne. Le cas générique ne ressemble sûrement pas à cela.

TWISTORS ET ESPACE DES TWISTORS

Sur quoi repose vraiment l'utilité de l'euclidisation en théorie quantique des champs ? Cette théorie implique une décomposition des quantités relatives au champ en une partie de fréquence positive et une partie de fréquence négative. Les premières se propagent dans le temps vers l'avenir, les secondes en sens inverse. Pour obtenir les propagateurs de la théorie, il faut disposer d'un moyen de sélectionner la partie de fréquence positive (c'est-à-dire celle d'énergie positive). Cette décomposition peut être effectuée (de façon différente) grâce à la *théorie des twistors* – de fait cette décomposition a constitué l'une des motivations essen-

tielles ayant présidé à l'introduction des twistors (voir Penrose 1986).

Pour expliquer en détail de quoi il s'agit, commençons par considérer des nombres complexes, ces nombres qui jouent un rôle si important en théorie quantique et dont nous allons voir qu'ils sous-tendent la structure de l'espace-temps. Ce sont des nombres de la forme $z = x + iy$, où x et y sont réels et où i vérifie la relation $i^2 = -1$; l'ensemble des nombres de ce type est noté $\mathbb{C}$. Ces nombres peuvent être représentés dans un plan (le plan complexe), ou bien, si l'on ajoute un point à l'infini, sur une sphère, la *sphère de Riemann*. Cette sphère, concept très utile dans bien des domaines des mathématiques tels que l'analyse et la géométrie mais également en physique, peut être projetée sur un plan (en même temps qu'un point à l'infini). Si vous considérez le plan équateur de la sphère et joignez n'importe quel point de la sphère au pôle Sud, vous obtenez le point correspondant sur le plan à l'intersection de la droite ainsi définie et du plan. Remarquez que dans cette transformation, le pôle Nord vient à l'origine, le pôle Sud à l'infini et l'axe réel devient un cercle vertical passant par les pôles Nord et Sud. On peut faire tourner la sphère de manière à ce que les nombres réels correspondent à l'équateur ; c'est la convention que je vais adopter pour l'instant (*fig. 6.1*).

Supposons que soit donnée une fonction à valeurs complexes $f(x)$ d'une variable réelle x. D'après ce qui vient d'être dit, il est possible de considérer f comme une fonction définie sur l'équateur. Cette manière de voir a ceci d'avantageux qu'il existe un critère naturel permettant de décider si f est de fréquence positive ou négative. $f(x)$ est une fonction de fréquence positive si elle peut être prolongée en une fonction holomorphe (analytique complexe) sur l'hémisphère Nord ; de même, f est une fonction de fréquence négative si elle peut être prolongée dans l'hémisphère Sud. Une fonction quelconque peut être décomposée en une partie de fréquence positive et une partie de fréquence négative. L'idée qui est à la base de la théorie des twistors consiste à utiliser ce dispositif sur l'espace-temps lui-même de façon globale. Étant donné un champ sur

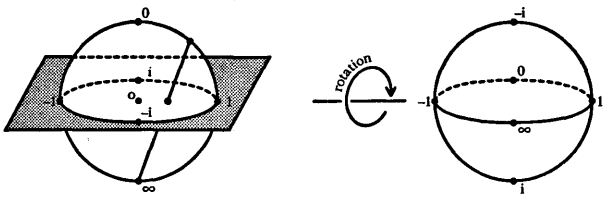


Figure 6.1. *La sphère de Riemann représentant tous les nombres complexes ainsi que l'infini.*

un espace de Minkowski, on cherche à le décomposer, de façon analogue, en ses parties de fréquence positive et de fréquence négative. La construction de l'espace des twistors va nous introduire à la compréhension de cette décomposition. (Pour en savoir plus sur les twistors, voir Penrose et Rindler 1986 et Huggett et Todd 1985.)

Avant d'entrer dans les détails, considérons deux importantes applications de la sphère de Riemann en physique.

1. La fonction d'onde d'une particule de spin $\frac{1}{2}$ peut être une superposition de « up » et « down » :

$$w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle.$$

   Cet état peut être représenté par un point z/w sur la sphère de Riemann, et ce point correspond à l'endroit où l'axe positif du spin, pris à partir du centre, coupe la sphère. (Pour des spins plus élevés, il existe une construction plus compliquée, due à Majorana 1932 – voir également Penrose 1994 – où l'on utilise encore la sphère de Riemann.) L'amplitude complexe de la mécanique quantique se trouve ainsi liée à la structure de l'espace-temps (*fig. 6.2*).
2. Imaginez un observateur situé en un point de l'espace-temps, dans l'espace, le regard tourné vers les étoiles. Supposons que cet observateur relève les positions angulaires des étoiles sur une sphère. Imaginons maintenant qu'un

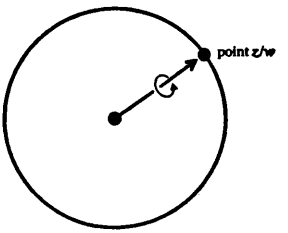


Figure 6.2. *L'espace des directions de spin pour une particule de spin 1/2 est la sphère de Riemann des rapports* z/w, *où* w *est l'amplitude correspondant au spin « up » et* z *l'amplitude du spin « down ».*

deuxième observateur passe au même point au même instant, mais animé d'une certaine vitesse par rapport au premier ; du fait des aberrations, il fait un relevé différent de celui effectué par le premier observateur. Il est remarquable que les positions différentes des points sur la sphère soient reliées entre elles par une transformation particulière, appelée *transformation de Moebius*. Ces transformations forment précisément le groupe qui conserve la structure complexe de la sphère de Riemann. L'espace des rayons lumineux passant par un point de l'espace-temps est donc, de façon naturelle, une sphère de Riemann. Je trouve admirable, de plus, que la symétrie fondamentale du groupe qui en physique relie des observateurs animés de vitesses différentes, le groupe de Lorentz (restreint), puisse être réalisée en tant que groupe d'automorphisme de la variété à une dimension (complexe) la plus simple, la sphère de Riemann (*fig. 6.3*, ainsi que Penrose et Rindler 1984).

L'idée qui est au fondement de la théorie des twistors consiste à essayer d'exploiter le lien entre la mécanique quantique et la structure de l'espace-temps – tel qu'il apparaît avec la sphère de Riemann – en étendant le raisonnement à l'espace-temps tout entier. Nous nous efforcerons de considérer les rayons lumineux complets comme plus fondamentaux que

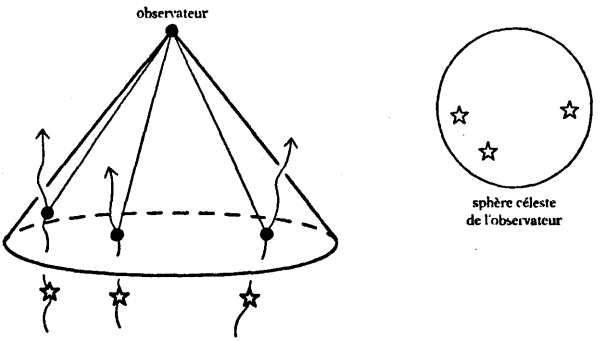
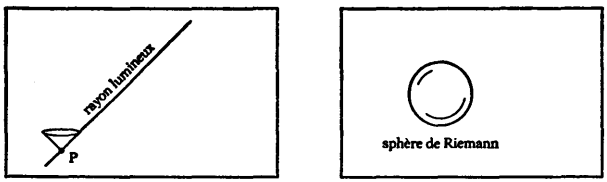


Figure 6.3. *En théorie de la relativité, la sphère céleste d'un observateur est naturellement une sphère de Riemann.*

même les points de l'espace-temps. De cette façon, l'espace-temps apparaît comme un concept secondaire et l'espace des twistors – initialement l'espace des rayons lumineux – comme l'espace le plus fondamental. Ces deux espaces sont liés par une correspondance où les rayons lumineux dans l'espace-temps sont représentés par des points dans l'espace des twistors. Un point de l'espace-temps est alors représenté par un ensemble de rayons lumineux passant par ce point. Un point de l'espace-temps devient ainsi une sphère de Riemann dans l'espace des twistors. Il faut se représenter l'espace des twistors comme l'espace en termes duquel doit être décrite la physique (*fig. 6.4*).

Tel que je l'ai introduit jusqu'à présent, l'espace des twistors est un espace à cinq dimensions (réelles) ; ce n'est donc pas un espace complexe, dans la mesure où les espaces complexes ont toujours un nombre pair de dimensions (réelles). Si nous nous représentons les rayons lumineux comme autant d'histoires de photons, il nous faut pouvoir prendre en compte l'énergie de ces photons ainsi que leur hélicité, droite ou gauche. Il s'introduit ainsi quelques complications supplémentaires par rapport à la considération d'un simple rayon lumineux ; mais l'avantage de ce procédé est qu'on aboutit finalement à un



espace-temps (projective) espace des twistors

Figure 6.4. *La correspondance fondamentale entre espace-temps et espace des twistors donne des rayons lumineux dans l'espace-temps (de Minkowski) une représentation en termes de points dans l'espace des twistors; les points de l'espace-temps sont représentés par des sphères de Riemann.*

espace complexe de dimension trois (six dimensions réelles) projectif, $\mathbb{CP}_3$. Il s'agit de l'espace projectif des twistors ($\mathbb{PT}$) qui admet un sous-espace à cinq dimensions $\mathbb{PN}$, lequel décompose l'espace $\mathbb{PT}$ en deux parties, une partie gauche $\mathbb{PT}^-$ et une partie droite $\mathbb{PT}^+$.

Or les points de l'espace-temps sont caractérisés par quatre nombres réels et il est possible d'introduire des coordonnées dans l'espace projectif des twistors à l'aide des rapports de quatre nombres complexes. Si un rayon lumineux représenté par (Z^0, Z^1, Z^2, Z^3) de l'espace des twistors passe par le point (r^0, r^1, r^2, r^3) de l'espace-temps, la relation d'*incidence*

$$\begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix} = \frac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + \mathrm{i}r^2 \\ r^1 - \mathrm{i}r^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix} \qquad (6.1)$$

est satisfaite. La relation d'incidence (*6.1*) est au fondement de la correspondance avec l'espace des twistors.

Je vais avoir besoin d'introduire une notation spinorielle d'ordre 2. C'est là en général que les gens commencent à perdre pied; pourtant cette notation s'avère particulièrement commode lors des calculs un peu détaillés. Pour chaque 4 - vecteur r^a, on définit la quantité $r^{AA'}$ dont les éléments de matrice sont donnés par

$$r^{AA'} = \begin{pmatrix} r^{00'} & r^{01'} \\ r^{10'} & r^{11'} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + \mathrm{i}r^2 \\ r^1 - \mathrm{i}r^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix}.$$

La condition r^a *réel* devient $r^{AA'}$ *hermitique*. Un point de l'espace des twistors est défini par deux spineurs, de composantes

$$\omega^A \equiv \begin{pmatrix} \omega^1 \\ \omega^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix} \quad \pi_{A'} \equiv \begin{pmatrix} \pi'_0 \\ \pi'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix}.$$

La relation d'incidence (*6.1*) devient

$$\omega = \mathrm{i}r\pi.$$

Il faut remarquer que lors d'un changement d'origine au cours duquel r^a est remplacé par

$$r^a \mapsto r^a - Q^a,$$

il vient

$$\omega^A \mapsto \omega^A - iQ^{AA'}\pi_{A'},$$

alors que $\pi_{A'}$ reste inchangé :

$$\pi_{A'} \mapsto \pi_{A'}.$$

Le twistor représente les quatre composantes de l'impulsion p_a (trois de ces composantes sont indépendantes) et les six composantes du moment angulaire M^{ab} (quatre d'entre elles sont indépendantes) d'une particule sans masse. Ces quantités s'expriment ainsi :

$$p_{AA'} = \mathrm{i}\overline{\pi}_A\pi_{A'}, \; M^{AA'BB'} = \mathrm{i}\omega^{(A}\overline{\pi}^{B)}\varepsilon^{A'B'} - \mathrm{i}\varepsilon^{AB}\overline{\omega}^{(A'}\pi^{B')},$$

où les parenthèses désignent la partie symétrique et ε^{AB} et $\varepsilon^{A'B'}$ sont les symboles de Levi-Civita. Ces expressions intègrent le fait que l'impulsion p_a est du genre lumière et pointant vers le

futur, et que le vecteur de spin de Pauli-Lubanski est l'hélicité s multipliée par la 4 - impulsion. Ces quantités déterminent les variables du twistor $(\omega^A, \pi_{A'})$ à un facteur de phase global près. L'hélicité peut s'écrire :

$$s = \frac{1}{2} Z^\alpha \overline{Z}_\alpha,$$

où le complexe conjugué du twistor $Z^\alpha = (\omega^A, \pi_{A'})$ est le twistor dual $\overline{Z}_\alpha = (\overline{\pi}_A, \overline{\omega}^{A'})$. (À noter que la conjugaison complexe intervertit les indices des spineurs primés et non primés et change les twistors en leurs duals.) Ici $s > 0$ correspond aux particules d'hélicité droite et donc à ce que nous appelons la partie supérieure de l'espace des twistors $\mathbb{PT}^+$ et $s < 0$ aux particules d'hélicité gauche, c'est-à-dire à la partie inférieure $\mathbb{PT}^-$. Dans le cas $s = 0$, on obtient des rayons lumineux. (L'équation de l'espace $\mathbb{PN}$, espace des rayons lumineux, est donc $Z^\alpha \overline{Z}_\alpha = 0$, c'est-à-dire $\omega^A \overline{\pi}_A + \pi_{A'} \overline{\omega}^{A'} = 0$.)

TWISTORS QUANTIFIÉS

Nous voulons bâtir une théorie quantique des twistors et, pour cela, il nous faut définir une fonction d'onde de twistor, fonction à valeurs complexes $f(Z^\alpha)$ définie sur l'espace des twistors. *N'importe quelle* fonction $f(Z^\alpha)$ n'est pas *a priori* une fonction d'onde car Z^α contient des composantes mettant en jeu des variables à la fois de position et de quantité de mouvement qu'il n'est pas possible de faire figurer en même temps dans une même fonction d'onde. La position et l'impulsion ne commutent pas. Dans l'espace des twistors, les relations de commutations sont :

$$[Z^\alpha, \overline{Z}_\beta] = \hbar \delta^\alpha_\beta \quad [Z^\alpha, Z^\beta] = 0 \quad [\overline{Z}_\alpha, \overline{Z}_\beta] = 0.$$

Z^α et $\overline{Z}^\alpha$ sont donc des variables conjuguées et la fonction d'onde ne peut être fonction que de l'une et pas de l'autre. Autrement dit, la fonction d'onde doit être une fonction holomorphe (ou encore antiholomorphe) de Z^α.

Il nous faut maintenant vérifier la manière dont ces expressions dépendent de l'ordre des opérateurs. Il apparaît que les expressions de l'impulsion et du moment angulaire sont indépendantes de l'ordre et donc canoniquement déterminées. En revanche, l'expression de l'hélicité dépend de l'ordre, et sa définition doit donc être corrigée. Il suffit pour cela de prendre le produit symétrique, c'est-à-dire

$$s = \frac{1}{4}(Z^\alpha \overline{Z}_\alpha + \overline{Z}_\alpha Z^\alpha).$$

Ce produit a pour expression en représentation dans l'espace des Z^α

$$s = \frac{\hbar}{2}\left(-2 - Z^\alpha \frac{\partial}{\partial Z^\alpha}\right)$$

$$= \frac{\hbar}{2} \text{ (-2 – degré d'homogénéité en } Z^\alpha).$$

Nous pouvons décomposer une fonction d'onde en états propres de s. Ce sont précisément les fonctions d'onde d'homogénéité définie. Par exemple, une particule sans spin d'hélicité zéro a une fonction d'onde de twistor d'homogénéité –2. Une particule gauche de spin $\frac{1}{2}$ a une hélicité $s = -\frac{1}{2}$ et donc une fonction d'onde de twistor d'homogénéité –1, alors que sa version droite (hélicité $s = \frac{1}{2}$) a une fonction d'onde de twistor d'homogénéité –3. Pour des spins 2, les fonctions d'onde de twistor gauche et droite ont des homogénéités respectives –6 et +2.

Tout cela peut paraître un peu bizarre dans la mesure où, après tout, la relativité générale est invariante par symétrie droite/gauche. Pourtant ce n'est peut-être pas une si mauvaise chose car la Nature elle-même n'est pas invariante par symétrie droite/gauche. De plus, les « nouvelles variables » de Ashtekar, qui sont des outils très utiles en relativité générale, sont elles aussi asymétriques. Il est intéressant de constater que nous sommes conduits à cette asymétrie droite/gauche de différentes façons.

On pourrait songer à rétablir la symétrie en changeant Z^α en $\bar{Z}^\alpha$, renversant la table des homogénéités et utilisant Z^α pour une hélicité et $\bar{Z}^\alpha$ pour l'autre. Mais de même qu'en théorie quantique ordinaire nous ne pouvons pas mélanger les représentations dans l'espace des positions et dans l'espace des impulsions simultanément, de même nous ne pouvons pas mélanger les représentations Z^α et $\bar{Z}^\alpha$. Il nous faut opter pour l'une ou pour l'autre. Reste à voir si l'une de ces représentations est plus fondamentale que l'autre.

Nous cherchons maintenant une description de $f(Z)$ dans l'espace-temps. Elle s'obtient au moyen d'une intégrale de contour

$$\left\{\begin{matrix}\phi_{A'\ldots G'}(r)\\ \text{ou}\\ \phi_{A\ldots G}(r)\end{matrix}\right\}=\int_{\omega=ir\pi}\left\{\begin{matrix}\pi_{A'}\ldots\pi_{G'}\\ \text{ou}\\ \dfrac{\partial}{\partial\omega^A}\ldots\dfrac{\partial}{\partial\omega^G}\end{matrix}\right\}f(Z^\alpha)\pi_E d\pi^E,$$

où l'intégrale est à prendre sur un contour dans l'espace des Z incidents avec r (il faut se souvenir que Z comporte deux parties ω et π) et où le nombre des π ou des $\partial/\partial\omega$ dépend du spin (et de l'hélicité) du champ. Cette équation définit un champ d'espaces-temps $\phi\ldots(r)$ qui satisfait automatiquement les équations du champ pour une particule sans masse. En sorte que la contrainte d'holomorphicité des champs de twistors code pour toutes les équations du champ plus ou moins élégantes d'une particule sans masse, en tout cas pour un champ linéaire dans un espace plat, et contient la limite vers les énergies faibles du champ d'Einstein.

Du point de vue géométrique, le point r dans l'espace-temps est une droite de $\mathbb{CP}_1$ (à savoir une sphère de Riemann) dans l'espace des twistors. Cette droite doit couper la région où $f(Z)$ est définie. $f(Z)$ n'est en général pas définie partout et possède des endroits singuliers (de fait on encercle ces régions singulières lors de l'évaluation de l'intégrale de contour). Soit de façon mathématiquement plus précise, une fonction d'onde de twistor est un élément de *cohomologie*. Pour comprendre

ce dont il s'agit, considérons une collection de voisinages ouverts de la région de l'espace des twistors qui nous intéresse. La fonction d'onde de twistor doit alors être définie sur l'*intersection* des paires de tels ensembles ouverts. Autrement dit, la fonction d'onde de twistor est un élément de la première cohomologie de faisceau. Je n'entrerai pas dans plus de détails, mais « cohomologie de faisceau », ça fait chic !

Souvenons-nous maintenant que ce que nous cherchons réellement, par analogie avec la théorie quantique des champs, c'est un moyen de séparer dans les amplitudes des champs la partie de fréquence positive de la partie de fréquence négative. Si une fonction de twistor définie sur $\mathbb{PN}$ s'étend (en tant qu'élément de la première cohomologie) jusqu'à la moitié supérieure de l'espace des twistors $\mathbb{PT}^+$, elle est de fréquence positive. Si elle s'étend jusqu'à la partie inférieure de $\mathbb{PT}^-$, elle est de fréquence négative. L'espace des twistors reproduit donc les notions de fréquences positive et négative.

Cette décomposition nous autorise à faire de la physique quantique dans l'espace des twistors. Andrew Hodges (1982, 1985, 1990) a développé une approche de la théorie quantique des champs utilisant des diagrammes de twistors analogues à ceux de Feynman dans l'espace-temps. Il est ainsi parvenu à de nouvelles techniques de régularisation de la théorie quantique des champs. Il s'agit de procédés qu'on n'oserait pas utiliser dans l'approche spatio-temporelle ordinaire mais qui sont très naturels dans la représentation par les twistors. De même un point de vue nouveau, ayant son origine dans une idée de Michael Singer (Hodges, Penrose et Singer 1989), s'est trouvé stimulé par la théorie conforme des champs. Hawking, dans sa première conférence, a fait quelques remarques assez désobligeantes sur la théorie des cordes ; je pense pour ma part que la théorie conforme des champs, qui est la théorie des champs sur la surface d'univers de la théorie des cordes, est une très belle théorie (bien que pas tout à fait physique). Elle est définie sur des surfaces de Riemann arbitraires (dont la surface de Riemann constitue l'exemple le plus simple, mais qui incluent toutes les variétés à une dimension complexe, tels que les tores et les « bretzels »). S'agissant des twistors, il faut géné-

raliser la théorie conforme des champs à des variétés à trois dimensions complexes dont les limites sont des copies de $\mathbb{PN}$ (c'est-à-dire des espaces de rayons lumineux dans l'espace-temps). Nous progressons dans cette direction, sans avoir pu aller bien loin jusqu'à présent.

TWISTORS SUR DES ESPACES COURBES

Tout ce qui vient d'être dit ne concerne qu'un espace-temps plat; or nous savons que l'espace-temps est courbe; il nous faut donc une théorie des twistors qui s'applique à des espaces-temps courbes et reproduise les équations d'Einstein de façon naturelle.

Si la variété de l'espace-temps est conformément plate (autrement dit, si le tenseur de Weyl est nul), la description de cet espace par des twistors ne pose pas de problème, dans la mesure où la théorie des twistors est conformément invariante. Certaines des idées de la théorie des twistors sont opératoires dans le cas de certains espaces-temps non conformément plats; c'est le cas de la masse quasi locale (Penrose 1982; voir Tod 1990) et de la construction de Woodhouse-Mason (1988; voir aussi Flechter et Woodhouse 1990) dans le cas des vides axisymétriques stationnaires (construction reposant sur celle de Ward 1977 valable pour des champs de Yang et Mills anti-self-duals sur un espace-temps plat; voir également Ward 1983); cette construction fait partie d'une approche très générale en termes de twistors des systèmes intégrables (voir le livre à paraître de Mason et Woodhouse 1996).

Néanmoins nous voudrions pouvoir traiter des espaces-temps d'ordre plus général. Pour un espace complexifié (ou « euclidianisé ») $\mathcal{M}$, muni d'un tenseur de Weyl anti-self-dual (ce qui veut dire que la moitié du tenseur self-dual est nulle), il existe une construction – appelée construction du graviton non linéaire) – qui traite ce problème de façon complète (Penrose 1976). Pour voir comment fonctionne cette construction, considérons une partie de l'espace des twistors constituée du

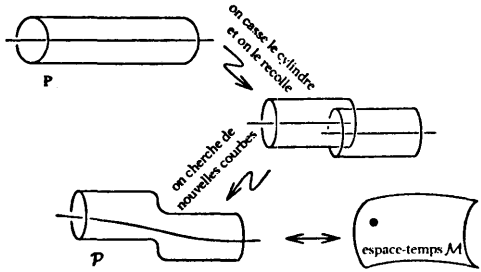


Figure 6.5. *La construction du graviton non linéaire.*

voisinage tubulaire d'une droite, ou quelque chose d'équivalent (la moitié supérieure de $\mathbb{PT}^*$ ou sa partie de fréquence positive) et coupons-la en deux ou plusieurs morceaux. Recollons les morceaux mais en les déplaçant les uns par rapport aux autres. En général, la ligne droite de l'espace original P est une ligne brisée dans le nouvel espace $\mathcal{P}$. Cela ne nous empêche pas de chercher de nouvelles courbes holomorphes en remplacement des lignes droites d'origine (devenues brisées); on obtient ainsi des courbes qui sont jointes les unes aux autres sans heurt. À condition que la déformation de $\mathcal{P}$ par rapport à P ne soit pas trop grande, les courbes holomorphes ainsi obtenues – qui appartiennent à la même famille topologique que les droites d'origine – forment une famille à quatre dimensions. L'espace dont les points représentent ces courbes holomorphes est notre espace $\mathcal{M}$ anti-self-dual (*fig. 6.5*) Les équations d'Einstein pour le vide (plat au sens de Ricci) peuvent alors être résumées (à quelques conditions peu contraignantes près) en une seule condition, à savoir que $\mathcal{P}$ soit une fibration holomorphe sur la droite projective $\mathbb{CP}_1$. Toutes ces opérations peuvent être réalisées en exprimant la déformation $\mathcal{P}$ de P en termes de fonctions holomorphes *libres*, et en principe toute l'information de l'espace-temps $\mathcal{M}$ est contenue dans ces fonctions (même si trouver les courbes holomorphes dans $\mathcal{P}$ peut ne pas être une mince affaire).

En réalité nous voulons résoudre les équations d'Einstein *complètes* (la construction précédente ne résout qu'un problème simplifié où la moitié du tenseur de Weyl est nulle) ; à l'évidence, il s'agit là d'un problème difficile sur lequel sont venues se briser bien des tentatives au cours de ces vingt dernières années. Cependant, dans les toutes dernières années, j'ai tenté une nouvelle approche du problème (voir Penrose 1992). Bien que je ne dispose pas encore d'une solution, cette tentative s'est jusqu'à présent révélée plus prometteuse que les autres. Il semble que les twistors et les équations d'Einstein soient effectivement liés de façon fondamentale. Deux observations en sont l'indice :

1. Les équations d'Einstein pour le vide $R_{ab} = 0$ sont également les conditions d'existence des champs de masse nulle et d'hélicité $s = \frac{1}{2}$ (lorsque le champ est donné en termes de potentiel).
2. Dans l'espace-temps plat M, l'espace des charges d'un champ $s = \frac{1}{2}$ est exactement l'espace des twistors.

Le programme de recherche qui en découle est grossièrement le suivant : étant donné un espace-temps plat au sens de Ricci (c'est-à-dire tel que $R_{ab} = 0$), chercher l'espace des charges pour des champs $s = \frac{1}{2}$ dans cet espace-temps (ce qui n'est pas si facile). On devrait obtenir ainsi l'espace des twistors de l'espace-temps plat au sens de Ricci. Deuxième étape : trouver comment construire de tels espaces de twistors en utilisant des fonctions holomorphes libres, pour finalement reconstruire la variété d'espaces-temps d'origine à partir de cet espace des twistors dans chaque cas.

On ne s'attend pas à ce que cet espace soit linéaire, puisqu'il doit donner une structure courbe lors de la reconstruction de l'espace-temps. De plus, la construction doit être hautement non locale de façon subtile, puisque la charge et le potentiel d'un champ $s = \frac{1}{2}$ sont tous les deux non locaux. On s'attend à ce que ces considérations aident à expliquer la physique non locale, par exemple les expériences EPR dont j'ai parlé dans ma dernière conférence (chapitre IV) – ces expériences impli-

quent que des objets dans des régions distantes de l'espace-temps puissent être d'une façon ou d'une autre « intriqués » les uns aux autres.

TWISTORS ET COSMOLOGIE

Je voudrais terminer par quelques remarques concernant la cosmologie et les twistors bien que ces remarques soient d'ordre programmatif. J'ai dit que la courbure de Weyl devait valoir zéro aux singularités du passé et que l'espace-temps est quasi conformément plat à ces endroits. Il s'ensuit que l'état initial est susceptible d'une description très simple en termes de twistors. Cette description se complique au fur et à mesure que le temps s'écoule et que la courbure de Weyl devient de plus en plus envahissante. Ce type de comportement est cohérent avec l'asymétrie en temps observée dans la géométrie de l'univers. Du point de vue de l'idéologie holomorphe-complexe qui est celle de la théorie des twistors, un big bang avec $k < 0$, conduisant à un univers ouvert, est préférable (Hawking, lui, préfère un univers fermé). La raison de cette préférence vient de ce que ce n'est que dans un univers de $k < 0$ que le groupe de symétrie de la singularité initiale est un groupe holomorphe, à savoir précisément le groupe de Moebius des auto-transformations holomorphes de la sphère de Riemann $\mathbb{CP}_1$ (c'est-à-dire le groupe de Lorentz restreint). C'est ce même groupe qui au début a lancé la théorie des twistors – en sorte que pour des raisons idéologiques twistoriennes, il est sûr que je préfère $k < 0$. Mais dans la mesure où cette conviction ne repose que sur de l'idéologie, je peux bien sûr être amené à me rétracter dans l'avenir si je me trompe et si l'on trouve effectivement que l'univers est clos.

QUESTIONS ET RÉPONSES

Question : Que signifie du point de vue physique un état d'hélicité $\frac{3}{2}$?

Réponse : Le spin $\frac{3}{2}$, dans cette approche, ne correspond à aucun champ réel ; il s'agit plutôt d'un champ auxiliaire servant à la définition des twistors. Je ne le conçois pas comme le champ d'une particule que l'on pourrait découvrir. D'un autre côté, du point de vue de la supersymétrie, ce devrait être le superpartenaire du graviton.

Question : Où apparaît le processus asymétrique en temps **R**, dont vous avez parlé la dernière fois, dans le point de vue des twistors ?

Réponse : Il faut que vous compreniez que la théorie des twistors est une théorie très conservatrice et qu'elle ne dit rien de tout cela pour l'instant. J'aimerais beaucoup voir apparaître l'asymétrie dans le temps au sein de la théorie des twistors, mais pour le moment je ne sais pas comment elle va pouvoir s'introduire. Cependant, elle devrait certainement s'introduire si l'on accomplit le programme tout entier, peut-être d'une façon vaguement analogue à la manière dont s'introduit l'asymétrie droite/gauche. L'approche des procédures de régularisation développée par Andrew Hodges introduit techniquement une asymétrie dans le temps, mais elle est encore toute neuve.

Question : Quelle forme de théorie quantique des champs non linéaire vous semble la mieux adaptée à la théorie des twistors ?

Réponse : Pour l'instant c'est surtout le modèle standard qui a été analysé (dans le cadre des diagrammes de twistors).

Question : La théorie des cordes prédit explicitement le spectre des particules. Où apparaît-il dans la théorie des twistors ?

Réponse : Je ne sais pas comment le spectre des particules va pouvoir émerger, bien que certaines idées aient été avancées. Cependant je suis heureux d'apprendre que la théorie des cordes « prédit explicitement le spectre des particules ». Pour

ma part, je pense que tant que nous ne comprendrons pas la relativité générale en termes de twistors, nous serons incapables de résoudre ce problème, car les masses sont étroitement liées à la relativité générale. Mais d'une certaine manière c'est aussi le point de vue de la théorie des cordes.

Question : Quel est le point de vue de la théorie des twistors concernant la continuité /discontinuité ?

Réponse : La théorie des twistors a aussi été motivée par la théorie des réseaux de spin, où l'on s'efforce de bâtir l'espace à l'aide de règles quantiques combinatoires discrètes. On peut essayer de construire la théorie des twistors en partant d'objets discrets. Mais au fil des années la tendance à l'holomorphisme l'a emporté sur les méthodes combinatoires ; cela ne veut pas dire que le point de vue discret soit moins valable. Peut-être existe-t-il un lien étroit entre les concepts discrets et les concepts holomorphes, mais jusqu'à présent ce lien n'est pas encore apparu de façon claire.

CHAPITRE VII

LE DÉBAT

S. W. Hawking et R. Penrose

STEPHEN HAWKING

Ces conférences ont montré très clairement ce qui nous sépare, Penrose et moi. Il est platonicien ; je suis positiviste. Il est préoccupé par le fait que le chat de Schrödinger est dans un état quantique où il est pour moitié vivant et pour moitié mort. Il a l'impression que cela ne peut correspondre à la réalité. Moi, cela m'est égal. Je n'exige pas d'une théorie qu'elle corresponde à la réalité parce que je ne sais pas ce que c'est. La réalité n'est pas une qualité que l'on puisse tester avec du papier tournesol. Tout ce qui m'importe c'est que la théorie prédise les résultats des mesures. C'est ce que fait à merveille la théorie quantique. Elle prédit que le résultat d'une observation est soit le chat est vivant, soit le chat est mort. De même vous ne pouvez pas être légèrement enceinte ; vous l'êtes ou vous ne l'êtes pas.

La raison pour laquelle des gens comme Penrose, sans parler du mouvement de libération des animaux, sont opposés au chat de Schrödinger tient à ce qu'il est absurde de représenter l'état sous la forme $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ($\text{chat}_{\text{vivant}} + \text{chat}_{\text{mort}}$). Pourquoi pas $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ($\text{chat}_{\text{vivant}} - \text{chat}_{\text{mort}}$) ? Ou dit autrement : il ne semble pas y avoir d'interférence entre $\text{chat}_{\text{mort}}$ et $\text{chat}_{\text{vivant}}$. Il est possible d'obtenir des interférences entre des particules passant par deux fentes différentes, parce qu'il est possible de les isoler suffisamment bien de leur environnement, lequel n'est pas mesuré. En revanche, il est impossible d'isoler quelque chose d'aussi gros qu'un chat des forces intermoléculaires ordinaires

transportées par le champ électromagnétique. Il n'est pas nécessaire d'invoquer la gravitation pour expliquer le chat de Schrödinger ou le fonctionnement du cerveau. Cela ne fait que brouiller les pistes.

Je n'ai pas sérieusement suggéré que les horizons des événements cosmologiques font que le chat de Schrödinger apparaît comme un animal classique ; soit mort soit vivant, et non pas comme une combinaison des deux. Comme je l'ai dit, il serait déjà suffisamment difficile d'isoler le chat du reste de la pièce sans qu'il soit nécessaire d'introduire les confins de l'univers. J'ai simplement dit que même si nous pouvions observer les fluctuations du fond de rayonnement avec une extrême précision, ces fluctuations nous paraîtraient avoir une distribution statistique classique. Nous ne pourrions pas mettre en évidence les propriétés des états quantiques, tels que les interférences ou les corrélations entre fluctuations dans divers modes. Lorsque nous parlons de l'univers, nous n'avons pas affaire à un environnement externe comme dans le cas du chat de Schrödinger ; nous obtenons de la décohérence et un comportement classique parce que nous ne pouvons pas voir l'univers tout entier.

Penrose met en question l'usage que je fais des méthodes euclidiennes. Il est en particulier opposé aux représentations que j'ai extraites d'une géométrie euclidienne jointe à une géométrie lorentzienne. Comme il le dit fort justement, cela n'est possible que dans des cas particuliers : un espace-temps lorentzien de type général n'a pas de section dans la variété complexifiée sur laquelle la métrique est réelle et définie positive, ou euclidienne. Pourtant c'est mésinterpréter l'approche par l'intégrale de chemin euclidienne même dans le cas de champs non gravitationnels. Prenons le cas du champ de Yang et Mills, cas bien compris. On commence avec une intégrale de chemin $e^{i\,\text{action}}$ sur toutes les connexions de Yang et Mills dans l'espace de Minkowski. Cette intégrale oscille et ne converge pas. On obtient une intégrale qui se comporte de façon plus satisfaisante en opérant une rotation de Wick vers l'espace euclidien et en introduisant la coordonnée de temps imaginaire $\tau = it$. L'intégrant devient $e^{-\text{action euclidienne}}$ et on calcule l'intégrale

de chemin sur toutes les connexions dans l'espace euclidien. Une connexion qui est réelle dans l'espace euclidien ne peut en général pas être également réelle dans l'espace de Minkowski. Mais c'est sans importance. L'idée générale est que l'intégrale de chemin sur toutes les connexions réelles dans l'espace euclidien est équivalente au sens des intégrales de contour à une intégrale de chemin sur toutes les connexions réelles dans l'espace de Minkowski. Comme dans le cas de la gravité quantique, on peut évaluer l'intégrale de chemin de Yang et Mills par des méthodes du point-selle. Ici les solutions par la méthode du point-selle sont les instantons de Yang et Mills que Penrose, avec son programme de recherche en termes de twistors, a tellement contribué à classer. Les instantons de Yang et Mills sont réels dans l'espace euclidien, mais complexes dans l'espace de Minkowski. Peu importe. Ils donnent encore le taux de variation des processus physiques, la génération de baryons électrofaibles, par exemple.

La situation en gravité quantique est tout à fait comparable. On peut supposer que l'intégrale de chemin est à calculer sur des métriques définies positives ou euclidiennes, et non sur des métriques lorentziennes. En effet, il doit en être ainsi si l'on veut que le champ de gravitation puisse avoir des topologies différentes. On ne peut avoir une métrique lorentzienne que sur une variété de nombre d'Euler égal à zéro. Or, comme on l'a vu, les effets quantiques gravitationnels intéressants, tels que l'entropie intrinsèque, se produisent précisément avec des variétés d'espaces-temps de nombre d'Euler différent de zéro qui n'admettent pas de métrique lorentzienne. Le problème est que l'action euclidienne pour la gravité n'est pas limitée inférieurement et il semble donc que l'intégrale de chemin ne doive pas converger. Pourtant, il existe un remède : il suffit d'intégrer le facteur conforme sur un contour complexe. Ce n'est qu'une échappatoire ; mais je pense que ce type de comportement est lié à la liberté de jauge et disparaîtra le jour où nous saurons calculer proprement l'intégrale de chemin. Cette difficulté a une origine physique : l'énergie potentielle de la gravité est négative car la gravité est attractive. Elle doit donc apparaître d'une façon ou d'une autre dans n'importe quelle

théorie de la gravité. Elle sera présente dans la théorie des cordes si celle-ci arrive un jour jusque-là. Pour l'instant, les performances de cette dernière ont été plutôt pitoyables : la théorie des cordes ne peut même pas décrire la structure du Soleil, sans parler des trous noirs.

Après ce coup de patte porté à la théorie des cordes, je reviens à l'approche euclidienne et à la condition selon laquelle il n'y a pas de bord. Bien que l'intégrale de chemin doive être prise sur des métriques réelles définies positives, la solution par la méthode du point-selle peut très bien conduire à une métrique complexe. C'est ce qui se passe en cosmologie quand la surface de dimension trois Σ dépasse une certaine taille très petite. J'ai décrit la métrique comme une demi 4 - sphère euclidienne raccordée à une métrique lorentzienne ; cette description n'est pourtant qu'approximative. La véritable métrique donnée par la méthode du point-selle doit être complexe. Cela répugne aux platoniciens tels que Penrose ; pour le positiviste que je suis, c'est parfait. On n'observe pas cette métrique. Tout ce qu'on peut observer c'est la fonction d'onde calculée à partir d'elle, et elle correspond à une métrique réelle lorentzienne. Je suis un peu surpris que Penrose ait à objecter à l'usage que je fais d'un espace-temps euclidien et complexe. Il utilise lui-même un espace-temps complexe dans son programme de recherche sur les twistors. De fait, ce sont ses propres commentaires sur le fait que fréquence positive veut dire holomorphe qui m'ont conduit à développer mon programme de recherche sur la gravité quantique euclidienne. Je revendique pour ce programme deux prédictions qu'il est possible de tester par l'observation. Combien de prédictions la théorie des cordes ou le programme des twistors ont-ils à leur actif ?

Penrose pense que l'observation et la mesure introduisent en physique, *via* la procédure **R**, c'est-à-dire l'effondrement de la fonction d'onde, une violation de CPT. Il voit cette violation à l'œuvre dans au moins deux situations : la cosmologie et les trous noirs. Je suis d'accord sur le fait que nous pouvons introduire l'asymétrie en temps dans la manière de poser les questions à propos des observations, mais je suis violem-

ment opposé à l'idée qu'il existe un processus physique qui corresponde à la réduction de la fonction d'onde ou que cela ait quelque chose à voir avec la gravité quantique ou la conscience. Pour moi c'est de la magie, pas de la science.

J'ai déjà expliqué lors de mes conférences pourquoi je pense que la proposition selon laquelle il n'y a pas de bord permet d'expliquer la flèche du temps telle qu'on l'observe en cosmologie sans violer la symétrie CPT. Je vais maintenant expliquer pourquoi, contrairement à Penrose, je ne pense pas que les trous noirs mettent en jeu une asymétrie du temps. En théorie de la relativité générale classique, un trou noir est défini comme une région dans laquelle les objets peuvent tomber mais dont rien ne peut sortir. Pourquoi – est-on en droit de demander – n'existe-t-il pas également des trous blancs, c'est-à-dire des régions dont les objets puissent sortir mais dans lesquelles ils ne puissent pas tomber ? Ma réponse est la suivante : bien que les trous noirs et les trous blancs soient très différents en théorie classique, ils sont identiques en théorie quantique. La théorie quantique abolit la distinction entre trous noirs et trous blancs : les trous noirs peuvent émettre et il est probable que les trous blancs peuvent absorber. Je suggère qu'on dise d'une région que c'est un trou noir quand elle est grande et classique et n'émet pas trop. En revanche, un trou petit qui émet de grandes quantités de rayonnement quantique a un comportement qui est simplement celui qu'on attend d'un trou blanc.

Je vais illustrer le fait que les trous noirs et les trous blancs sont identiques à l'aide d'une expérience par la pensée à laquelle Penrose a fait allusion. On place une certaine quantité d'énergie dans une très grande boîte aux parois parfaitement réfléchissantes. Cette énergie peut se distribuer de diverses façons entre les états possibles de la boîte. Deux situations possibles correspondent à l'écrasante majorité des états. À savoir une boîte remplie de rayonnement thermique et un trou noir en équilibre avec le rayonnement thermique. Savoir quelle est celle de ces deux situations qui correspond au plus grand nombre d'états microscopiques dépend de la taille de la boîte et de la quantité d'énergie considérée. Mais il est pos-

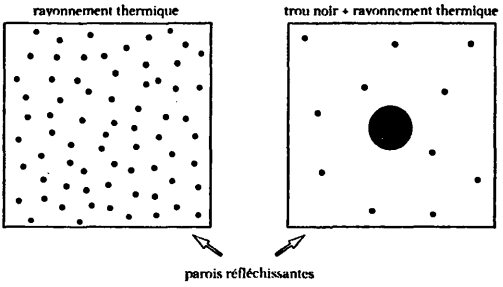


Figure 7.1. *Une boîte contenant une quantité donnée d'énergie contiendra soit uniquement du rayonnement thermique soit un trou noir en équilibre avec le rayonnement thermique.*

sible de choisir ces paramètres de façon telle que les deux situations correspondent à peu près au même nombre d'états microscopiques. On s'attend alors à ce que la boîte oscille entre ces deux situations. À certains instants, la boîte ne contiendra que du rayonnement thermique. À d'autres les fluctuations thermiques du rayonnement auront pour effet qu'un très grand nombre de particules seront rassemblées dans une petite région et il se formera un trou noir (*fig. 7.1*). À d'autres instants encore, le rayonnement issu du trou noir fluctuera vers le haut ou l'absorption fluctuera vers le bas et le trou noir s'évaporera et disparaîtra. On s'attend à ce que le système parcoure de façon ergodique son espace des phases; à certains instants il devrait y avoir un trou noir et à d'autres il ne devrait pas y en avoir (*fig. 7.2*).

Penrose et moi-même sommes d'accord sur le fait que la boîte doit se comporter de la façon que je viens de décrire. Nous ne sommes pas d'accord sur deux points. Premièrement, Penrose croit que du volume de l'espace des phases et de l'information seront perdus au cours du cycle d'apparition et disparition des trous noirs; deuxièmement, il croit que le processus ne sera pas symétrique en temps. S'agissant du premier point, Penrose semble penser que les théorèmes sur les trous noirs sans poils impliquent une perte de volume de l'espace

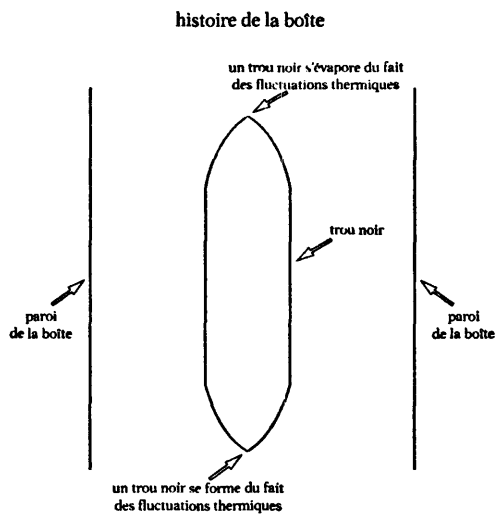

histoire de la boîte
un trou noir s'évapore du fait des fluctuations thermiques
trou noir
paroi de la boîte
paroi de la boîte
un trou noir se forme du fait des fluctuations thermiques

Figure 7.2. *Un trou noir apparaît et disparaît du fait des fluctuations thermiques.*

des phases parce que plusieurs configurations différentes des particules en effondrement produisent le même trou noir. Il laisse entendre que le processus **R**, l'effondrement de la fonction d'onde, introduit un gain compensatoire de volume dans l'espace des phases. Comment est supposé intervenir le processus **R**, c'est ce que je ne vois pas bien. Il n'y a pas d'observateur dans la boîte et je n'aime pas trop les affirmations du genre : il s'agit d'un processus spontané, sauf si on indique comment faire le calcul. Sinon ce n'est que de la magie. De toute façon je ne suis pas d'accord avec cette perte de volume de l'espace des phases. Si l'on dit que les trous noirs ont un nombre d'états égal à $e^{\frac{1}{4}A}$, il n'y a pas de perte de volume de l'espace des phases. Et il n'y a pas d'information dans un système qui, telle la boîte considérée, peut être dans n'importe quel état. Il ne peut donc pas y avoir de perte d'information.

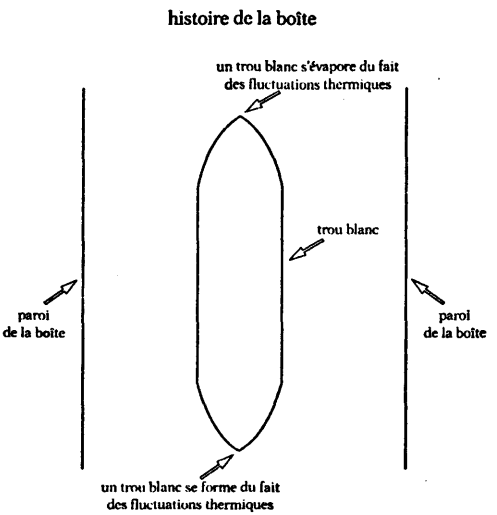

histoire de la boîte
un trou blanc s'évapore du fait des fluctuations thermiques
trou blanc
paroi de la boîte
paroi de la boîte
un trou blanc se forme du fait des fluctuations thermiques

Figure 7.3. *Un trou blanc apparaît et disparaît du fait des fluctuations thermiques.*

S'agissant du deuxième point de désaccord, je pense que l'apparition et la disparition des trous noirs doit être symétrique en temps. C'est-à-dire que si vous filmez la boîte et faites passer le film à l'envers vous obtenez la même chose. Dans une direction du temps, les trous noirs vont apparaître et disparaître. Dans l'autre direction ce sont des trous blancs – inverse dans le temps des trous noirs – qui vont apparaître et disparaître. Les deux représentations sont identiques si les trous noirs sont identiques aux trous blancs. Il n'est donc pas nécessaire d'invoquer une brisure de CPT du fait du comportement de cette boîte (*fig. 7.3*).

Dans un premier temps, Penrose et Don Page ont rejeté ma suggestion selon laquelle la formation et l'évaporation des trous noirs dans la boîte est symétrique en temps. Mais Page s'est rallié à mon point de vue. J'attends que Penrose en fasse autant.

ROGER PENROSE RÉPOND

Je commencerai par dire qu'il y a plus de points d'accord que de désaccord entre nous. Cela n'empêche pas que sur certains points fondamentaux je sois en désaccord et c'est sur eux que je vais me concentrer dans ce qui suit.

Les chats et leurs semblables

Quoi que soit la « réalité », il nous faut expliquer la façon dont nous percevons comment est le monde. La mécanique quantique n'y parvient pas et il faut lui ajouter quelque chose – quelque chose qui n'est pas inclus dans les règles standard de la mécanique quantique. En particulier, il me semble que Hawking n'a pas tout à fait saisi mes remarques sur le problème que pose le chat. Le problème n'est pas que la perte d'information implique que le système doive être décrit par une matrice densité, mais bien que les deux matrices densité

$$D = \frac{1}{4}\,(|\text{vivant}\rangle + |\text{mort}\rangle)\,(\langle\text{vivant}| + \langle\text{mort}|)$$

$$+ \frac{1}{4}\,(|\text{vivant}\rangle - |\text{mort}\rangle)\,(\langle\text{vivant}| - \langle\text{mort}|) \qquad (7.1)$$

et

$$D = \frac{1}{2}\,|\text{vivant}\rangle\langle\text{vivant}| + \frac{1}{2}\,|\text{mort}\rangle\langle\text{mort}|, \qquad (7.2)$$

par exemple, sont égales. Il nous faut donc résoudre le problème de savoir pourquoi nous percevons soit un chat vivant soit un chat mort, mais jamais de superposition. Je pense que la philosophie est importante dans ce genre d'affaire, mais elle ne répond pas à la question.

Il me semble que pour expliquer la façon dont nous percevons comment est le monde, dans le cadre de la mécanique quantique, l'une ou l'autre des deux choses suivantes (ou les deux) vont nous être nécessaires :

(A) Une théorie de l'expérience.
(B) Une théorie du comportement physique réel.

De fait, si l'on introduit l'observateur dans la danse, les vecteurs d'état correspondants (dans le cas *7.1* ci-dessus) doivent avoir chacun la forme

$$\frac{1}{2}\,(|\text{vivant}\rangle \pm |\text{mort}\rangle)\,(|\text{l'observateur voit le chat vivant}\rangle \pm |\text{l'observateur voit le chat mort}\rangle). \qquad (7.3)$$

La première partie de l'alternative, (A), devrait alors permettre d'exclure la possibilité qu'il y ait superposition dans le deuxième facteur, dans la mesure où cet état de perception ne devrait pas être autorisé. L'exigence (B), d'un autre côté, exclurait la superposition dans le premier facteur. Dans ma manière de voir, ces superpositions à grande échelle sont instables, et doivent rapidement se désintégrer (spontanément) en l'un ou l'autre des états stables $|\text{vivant}\rangle$ ou $|\text{mort}\rangle$. Je pense que Hawking est partisan de (A) [SWH : Non], parce qu'il n'est pas partisan de (B). Pour ma part je suis un fervent partisan de (B), car je crois qu'il est dangereux d'adopter le point de vue (A) qui mène à des tas de difficultés. En particulier, un partisan de (A) a besoin d'une théorie de l'esprit ou du cerveau ou de quelque chose du même genre. Je suis surpris de constater que Hawking ne semble être partisan ni de (A) ni de (B) ; j'attends avec intérêt ce qu'il a à dire sur la question.

La rotation de Wick

C'est un outil commode en théorie quantique des champs. On remplace t par it au moyen d'une rotation de l'axe des temps. L'espace de Minkowski se voit transformé en un espace euclidien. Son utilité tient à ce que certaines expressions (les intégrales de chemin, par exemple) sont mieux définies en théorie euclidienne. La rotation de Wick est un outil bien maîtrisé en théorie quantique des champs, du moins tant qu'on l'applique à un espace-temps plat (ou stationnaire).

L'idée de Hawking d'appliquer la « rotation de Wick » à l'espace des métriques lorentziennes (pour obtenir l'espace des métriques euclidiennes) est certainement très intéressante et ingénieuse, mais il s'agit d'autre chose que d'appliquer une rotation de Wick en théorie quantique des champs. Il s'agit vraiment d'une « rotation de Wick » à un autre niveau.

La proposition selon laquelle il n'y a pas de bord est très séduisante et semble assurément liée à l'hypothèse sur la courbure de Weyl. Cependant, de mon point de vue, cette proposition est loin de constituer une explication du fait que les singularités dans le passé ont une petite courbure de Weyl alors que celles dans le futur ont une grande courbure de Weyl. C'est ce que nous observons dans notre univers, et je pense que, pour ce qui est de l'observation, Hawking et moi sommes d'accord.

La perte d'espace des phases

Je pense que Hawking et moi sommes d'accord sur le fait qu'il y a perte d'information dans un trou noir ; mais nous différons quant à la perte d'espace des phases dans un trou noir. Hawking prétend que le processus **R** n'est que de la magie et pas de la physique. Je ne suis évidemment pas d'accord ; je pense avoir expliqué dans ma deuxième conférence en quoi ce processus est raisonnable et j'ai fait une proposition bien précise portant sur le taux avec lequel la réduction de l'état doit avoir lieu, à savoir en un temps

$$T \approx \frac{\hbar}{E}. \qquad (7.4)$$

Je pense aussi que le diagramme de Hawking concernant le trou noir est trompeur. Il aurait dû tracer le diagramme de Carter, qui alors n'est visiblement pas symétrique en temps. De toute façon, nous semblons être d'accord sur le fait que de l'information est perdue, mais je crois aussi que le volume de l'espace des phases est réduit. De plus, si le schéma était tout entier symétrique en temps, nous aurions la possibilité d'avoir des trous blancs, c'est-à-dire des régions d'où peuvent sortir des tas de choses, et ce serait en contradiction au moins avec

l'hypothèse sur la courbure de Weyl, avec le second principe de la thermodynamique et probablement avec l'observation également. Cette question est étroitement liée à celle de savoir quel type de singularités la « gravité quantique » autorise. Selon moi, il est nécessaire que la théorie soit asymétrique dans le temps dans ses conséquences.

STEPHEN HAWKING

Penrose est préoccupé par le sort du malheureux chat de Schrödinger. Ce type d'expérience de pensée serait jugée aujourd'hui non *politically correct*. Penrose est préoccupé de ce qu'une matrice densité qui contient chat_{vivant} et chat_{mort} avec des probabilités égales contient aussi $\text{chat}_{vivant} + \text{chat}_{mort}$ et $\text{chat}_{vivant} - \text{chat}_{mort}$ avec les mêmes probabilités. Dans ces conditions, pourquoi observons-nous soit chat_{vivant} soit chat_{mort}? Pourquoi n'observons-nous pas $\text{chat}_{vivant} + \text{chat}_{mort}$ ou $\text{chat}_{vivant} - \text{chat}_{mort}$? Qu'est-ce qui sélectionne les axes *vivant* et *mort* plutôt que *vivant* + *mort* et *vivant* – *mort* lors de nos observations? Je voudrais tout d'abord faire remarquer que nous n'obtenons cette ambiguïté sur les états propres de la matrice densité que si les valeurs propres sont rigoureusement égales. Si les probabilités d'être soit *vivant* soit *mort* étaient légèrement différentes, il n'apparaîtrait aucune ambiguïté sur les états propres. L'une des bases serait privilégiée en tant que formée de vecteurs propres de la matrice densité. Pourquoi la nature choisit-elle de rendre diagonale la matrice densité dans la base *vivant*/ *mort* plutôt que dans la base *vivant* + *mort* / *vivant* – *mort* ? La réponse est la suivante : les états chat_{vivant} et chat_{mort} diffèrent l'un de l'autre au niveau macroscopique par des traits tels que la position de la balle ou la blessure sur le corps du chat. Si l'on débusque toutes les choses que l'on n'observe pas, la perturbation des molécules d'air par exemple, l'élément de matrice d'une observable quelconque entre les états chat_{vivant} et chat_{mort} est en moyenne nul. C'est la raison pour laquelle on observe le chat *soit* vivant *soit* mort et non une combinaison des deux. Il ne s'agit là que de mécanique quantique ordinaire.

Il n'est nullement besoin d'une nouvelle théorie de la mesure, et certainement pas de la gravité quantique.

Revenons à la gravité quantique. Penrose semble accepter l'idée que la proposition selon laquelle il n'y a pas de bord puisse expliquer la faible valeur du tenseur de Weyl au début de l'univers. Il doute que cette proposition puisse rendre compte de la valeur élevée du tenseur de Weyl attendue lors de l'effondrement gravitationnel dans les trous noirs et lors de l'effondrement de l'ensemble de l'univers. Je pense que ces réticences reposent à nouveau sur une mauvaise conception de la proposition en question. Penrose conviendra probablement qu'il existe des solutions lorentziennes qui commencent sous forme quasi régulière au début de l'univers et se développent en métriques hautement irrégulières lors de l'effondrement gravitationnel. Il est possible de raccorder ces métriques lorentziennes à une demi 4 - sphère euclidienne au début de l'univers. On obtient par la méthode du point-selle une métrique approchée pour la fonction d'onde d'une géométrie de dimension trois fortement distordue lors de l'effondrement (*fig. 7.4*). Bien sûr, comme je l'ai déjà dit, la métrique exacte obtenue par la méthode du point-selle est complexe et n'est ni euclidienne ni lorentzienne. Néanmoins, on peut avec une bonne approximation diviser cette métrique en régions quasiment euclidiennes et lorentziennes, comme je l'ai décrit. La région euclidienne ne diffère que légèrement d'une demi 4 - sphère. Son action n'est donc que légèrement supérieure à la demi 4 - sphère, laquelle correspond à un univers homogène et isotrope. La partie lorentzienne de la solution diffère beaucoup d'une solution homogène et isotrope. Mais l'action de cette partie lorentzienne ne change que la phase de la fonction d'onde et n'affecte pas son amplitude. L'amplitude est donnée par l'action de la partie euclidienne et ne dépend pratiquement pas de la manière dont la géométrie de dimensions trois est distordue. Il s'ensuit que des géométries de dimension trois sont également probables lors de l'effondrement gravitationnel et typiquement on doit avoir une métrique très irrégulière avec une forte courbure de Weyl. J'espère avoir convaincu Penrose et chacun d'entre vous sur

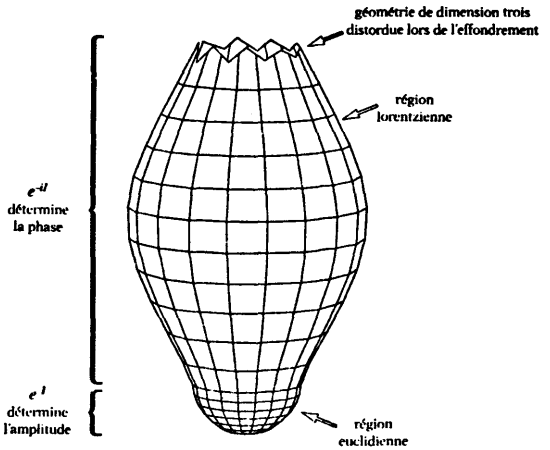


Figure 7.4. *Lors du passage à une géométrie de dimension trois en effondrement la section euclidienne détermine l'amplitude de la fonction d'onde pour la géométrie de dimension trois, alors que la section lorentzienne en détermine la phase.*

ce point : la proposition selon laquelle il n'y a pas de bord permet d'expliquer à la fois pourquoi l'univers était si régulier à ses débuts et pourquoi l'effondrement gravitationnel sera irrégulier.

Mes dernières remarques porteront sur l'expérience de pensée du trou noir dans une boîte. Penrose semble encore penser qu'il y a une perte de volume de l'espace des phases parce que de nombreuses configurations différentes peuvent s'effondrer pour former le même trou noir. Mais toute la thermodynamique des trous noirs a pour fonction d'éviter une perte d'espace des phases de ce type. On attribue une entropie aux trous noirs précisément parce qu'ils peuvent être formés de e^S façons. Il n'y a donc pas de perte de volume de l'espace des phases et il n'est pas besoin d'invoquer le processus **R** pour compenser cette perte. Tout aussi bien : je crois à l'effondrement gravitationnel mais pas à l'effondrement de la fonction d'onde.

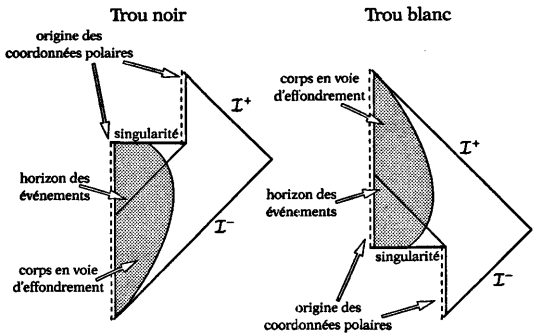


Figure 7.5. *Les diagrammes de Carter-Penrose pour les trous noirs et les trous blancs.*

Mon dernier point a trait à l'affirmation que je fais selon laquelle les trous noirs et les trous blancs sont identiques. Penrose m'objecte que les diagrammes de Carter-Penrose sont très différents (*fig. 7.5*). Je conviens qu'ils sont différents mais je dirai qu'il ne s'agit que d'une représentation classique. En théorie quantique, je soutiens que les trous noirs et blancs sont identiques pour un observateur extérieur. Penrose pourrait me demander ce qui se passe pour quelqu'un qui tombe dans un trou. Ne va-t-il pas voir le diagramme de Carter-Penrose d'un trou noir ? Je pense que cet argument tombe dans le piège qui consiste à faire l'hypothèse qu'il n'y a qu'une seule métrique pour l'espace-temps, comme c'est le cas en théorie classique. En théorie quantique, en revanche, il faut calculer une intégrale de chemin sur toutes les métriques possibles. À différentes questions correspondront différentes métriques données par la méthode du point-selle. En particulier les métriques de la méthode du point-selle pour les questions que posent des observateurs extérieurs sont différentes de celles des observateurs qui sont en train de tomber. On peut aussi imaginer que le trou noir puisse émettre un observateur. La probabilité est faible mais c'est possible. Il est probable que la métrique donnée par la méthode du point-selle pour un tel

observateur devrait correspondre au diagramme de Carter-Penrose d'un trou blanc. Mon énoncé selon lequel les trous noirs et les trous blancs sont identiques est donc cohérent. C'est la seule manière de rendre naturellement la gravité quantique invariante par CPT.

ROGER PENROSE RÉPOND

Je voudrais revenir à la remarque de Hawking concernant le problème du chat. De fait, l'égalité des valeurs propres n'a rien à voir. Il a été montré récemment (Hughston et al. 1993) que pour n'importe quelle matrice densité (même avec des valeurs propres totalement distinctes), il existe, pour les diverses manières de l'écrire sous forme de mélange statistique d'états (pas nécessairement orthogonaux), une mesure qu'il est possible, en principe, de réaliser sur la « partie inconnue du vecteur d'état » et qui donne à ce mélange statistique particulier l'interprétation de la matrice densité pour la « partie connue ». De plus, pour ce qui est de l'effet de l'environnement, on peut remarquer que bien que les termes non diagonaux puissent être petits, leur effet sur les vecteurs propres peut être important. Par ailleurs, Hawking a également mentionné la balle, etc. Cela n'a pas vraiment à voir avec le problème, car nous avons le même problème avec le système « chat + balle » que celui que nous avions avec le « chat » tout seul. Je pense que la question de la « réalité » est ce qui nous divise profondément Hawking et moi et elle est liée à d'autres problèmes – par exemple celui de savoir si les trous blancs et les trous noirs sont identiques. Tout se ramène au fait qu'au niveau macroscopique nous ne percevons qu'un seul espace-temps. C'est pourquoi il me semble qu'il faut être partisan soit de (A) soit de (B) – je ne pense pas que Hawking ait répondu sur ce point.

Les trous noirs et les trous blancs peuvent être très semblables dans le cas de très petits trous. Un petit trou noir est susceptible d'émettre beaucoup de rayonnement et peut donc ressembler à un trou blanc. Il est probable qu'un petit trou

blanc doit aussi absorber une grande quantité de rayonnement. Mais au niveau macroscopique cette identification ne me semble pas convenir ; je crois qu'il faut ajouter quelque chose.

La mécanique quantique n'existe que depuis environ soixante-quinze ans. C'est peu au regard, par exemple, de la théorie de la gravitation de Newton. Je ne serais donc pas étonné si la mécanique quantique devait être modifiée pour des objets très macroscopiques.

Au début de ce débat Hawking a dit qu'il pensait qu'il était un positiviste et que j'étais platonicien. Qu'il soit un positiviste me convient bien, mais je crois que ce qui est important en l'occurrence c'est que je suis moi un réaliste. Si l'on compare ce débat au fameux débat qui a opposé Einstein à Bohr, il y a environ soixante-dix ans, il me semble que Hawking joue le rôle de Bohr et moi celui d'Einstein ! En effet Einstein soutenait qu'il devait exister quelque chose comme un monde réel, non nécessairement représenté par une fonction d'onde, alors que Bohr insistait sur le fait que la fonction d'onde ne décrit pas un micromonde « réel » mais seulement la « connaissance » qui nous est nécessaire à la formulation de prédictions.

Bohr passe pour être sorti vainqueur de la discussion. De fait, si l'on en croit la dernière biographie d'Einstein par Pais (1994), Einstein aurait tout aussi bien fait d'aller à la pêche à la ligne à partir de 1925. Certes, il est vrai qu'il n'a plus accompli de grandes avancées, même si ses critiques pénétrantes ont été très utiles. Je pense que la raison pour laquelle Einstein n'a pas continué à faire avancer la théorie quantique tient à ce qu'il manquait à la théorie quantique un ingrédient essentiel. Cet ingrédient essentiel, Hawking l'a découvert cinquante ans plus tard ; c'est le rayonnement du trou noir. Cette perte d'information, liée au rayonnement du trou noir, est à l'origine du nouveau tournant.

QUESTIONS ET RÉPONSES

Gary Horowitz (remarque) : Certaines remarques désobligeantes ont été faites à l'encontre de la théorie des cordes. En

dépit de leur caractère désobligeant, leur nombre élevé semble au moins indiquer que la théorie des cordes est très importante ! Certaines de ces remarques sont trompeuses, d'autres simplement fausses. Tout d'abord, la théorie des cordes se ramène à la limite des champs faibles à la relativité générale et donc implique tout ce que la relativité générale implique. Elle peut également apporter une meilleure compréhension de ce qui se passe au niveau de la singularité, et de fait certaines divergences incontrôlables semblent devoir être résolues par la théorie des cordes. Je ne prétends certainement pas que la théorie des cordes a surmonté tous ses problèmes, mais elle me semble constituer encore une démarche tout à fait prometteuse.

Question : Roger Penrose peut-il faire un commentaire sur l'approche par la décohérence ? Il a été montré que l'environnement externe apporte une bonne décohérence ; cependant, on ne comprend pas (encore) bien comment la décohérence peut fonctionner de façon interne. Peut-être est-ce lié au fait que la décohérence pourrait être reliée aux propriétés de l'espace-temps ?

Réponse (Penrose) : Le programme de la décohérence comporte quelque chose d'équivalent à l'opération **R**. C'est donc très différent de la mécanique quantique usuelle, mais cela diffère également de ma propre approche. Pourtant il est intéressant de savoir qu'il pourrait exister un lien avec la structure de l'espace-temps. Il me semble que ma propre approche diffère moins de celles des histoires décohérentes que de celle de Hawking en ce qui concerne la question de l'asymétrie dans le temps.

Question : Que devient l'entropie dans l'expérience de pensée du trou noir dans une boîte ? La situation inversée dans le temps ne viole-t-elle pas le deuxième principe de la thermodynamique ?

Réponse (Hawking) : La boîte est dans un état d'entropie maximum. Le système se déplace de façon ergodique parmi tous les états possibles, il n'y a donc pas de violation.

Question : Le mécanisme de la mesure quantique pourrait-il être testé expérimentalement ?

Réponse (Penrose) : Il pourrait être (en principe) testé expérimentalement. Peut-être faudrait-il essayer une expérience du type Leggett, avec des superpositions à grande échelle. L'ennui de ce genre d'expériences c'est que les effets de décohérence dus à l'environnement sont généralement bien plus grands que les effets que l'on cherche à mesurer. Il faut donc isoler le système de façon vraiment très soignée. Pour autant que je sache, il n'existe pas de proposition de mise à l'épreuve détaillée de cette idée, mais cela serait certainement très intéressant.

Question : Dans un modèle inflationnaire de l'univers la masse de l'univers doit être très bien déterminée, entre celle d'un univers en expansion et celle d'un univers en contraction. Seulement 10 % de la masse nécessaire à cette détermination a été vue jusqu'à présent et la quête de la masse restante me rappelle d'une certaine façon la recherche de l'« éther » au tournant du siècle. Pourriez-vous ajouter un commentaire ?

Réponse (Penrose) : La constante de Hubble, avec son domaine actuel de valeurs, me satisfait assez et qu'on n'ait vu que 10 % de la masse critique ne me gêne pas. Les modèles inflationnaires ne m'ont jamais vraiment plu de toute façon. Mais je pense que Hawking voudrait que l'univers soit clos, en raison de sa proposition selon laquelle il n'y a pas de bord. [SWH : Oui !]

Réponse (Hawking) : La constante de Hubble pourrait être plus petite qu'on le dit. Elle a décru d'un facteur dix dans les cinquante dernières années, et je ne vois pas pourquoi elle ne diminuerait pas d'un facteur deux. Cela diminuerait la quantité de masse à trouver.

BIBLIOGRAPHIE

Aharonov, Y., Bergmann, P., et Lebowitz, J. L. 1964. Time symmetry in the quantum process of measurement. In *Quantum Theory and Measurement*, ed. J. A. Wheeler et W. H. Zurek. Princeton University Press, Princeton, 1983. Originally in *Phys. Rev.* **134B**, 1410-16.

Bekenstein, J. 1973. Black holes and entropy. *Phys. Rev.* **D7**, 2333-46.

Carter, B. 1971. Axisymmetric black hole has only two degrees of freedom. *Phys. Rev. Lett.* **26**, 331-333.

Diósi, L. 1989. Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations. *Phys. Rev.* **A40**, 1165-74.

Fletcher, J., et Woodhouse, N. M. J. 1990. Twistor characterization of stationary axisymmetric solutions of Einstein's equations. In *Twistors in Mathematics and Physics*, ed. T. N. Bailey et R. J. Baston. LMS Lecture Notes Series 156. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

Gell-Mann, M., et Hartle, J. B. 1990. In *Complexity, Entropy, and the Physics of Information*. SFI Studies in the Science of Complexity, vol. 8, éd. W. Zurek. Addison-Wesley, Reading, Mass.

Geroch, R. 1970. Domain of dependence. *J. Math. Phys.* **11**, 437-449.

Geroch, R., Kronheimer, E. H., et Penrose, R. 1972. Ideal points in space-time. *Proc. Roy. Soc. London* **A347**, 545-567.

Ghirardi, G. C., Grassi, R., et Rimini, A. 1990. Continuous-spontaneous-reduction model involving gravity. *Phys. Rev.* **A42**, 1057-64.

Gibbons, G. W. 1972. The time-symmetric initial value problem for black holes. *Comm. Math. Phys.* **27**, 87-102.

Griffiths, R. 1984. Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics. *J. Stat. Phys.* **36**, 219-272.

Hartle, J. B., et Hawking, S. W. 1983. Wave function of the universe. *Phys. Rev.* **D28**, 2960-2975.

Hawking, S. W. 1965. Occurrence of singularities in open universes. *Phys. Rev. Lett.* **15**, 689-690.

Hawking, S. W. 1972. Black holes in general relativity. *Comm. Math. Phys.* **25**, 152-166.

Hawking, S. W. 1975. Particle creation by black holes. *Comm. Math. Phys.* **43**, 199-220.

Hawking, S. W., et Penrose, R. 1970. The singularities of gravitational collapse and cosmology. *Proc. Roy. Soc. London* **A314**, 529-48.
Hodges, A. P. 1982. Twistor diagrams. *Physica* **114A**, 157-75.
Hodges, A. P. 1985. A twistor approach to the regularization of divergences. *Proc. Roy. Soc. London* **A397**, 341-74. Voir aussi, Mass eigenstates in twistor theory, ibid., 375-96.
Hodges, A. P. 1990. Twistor diagrams and Feynman diagrams. In *Twistors in Mathematics and Physics*, éd. T. N. Bailey et R. J. Baston. LMS Lecture Notes Series 156. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
Hodges, A. P., Penrose, R., et Singer, M. A. 1989. A twistor conformal field theory for four space-time dimensions. *Phys. Lett.* **B216**, 48-52.
Huggett, S. A., et Tod, K. P. 1985. *An Introduction to Twistor Theory*. London Math. Soc. student texts. LMS publication, Cambridge University Press, New York.
Hughston, L. P., Jozsa, R., et Wooters, W. K. 1993. A complete classification of quantum ensembles having a given density matrix. *Phys. Lett.* **A183**, 14-18.
Israel, W. 1967. Event horizons in static vacuum space-times. *Phys. Rev. 164*, 1776-1779.
Majorana, E. 1932. Atomi orientati in campo magnetico variabile. *Nuovo Cimento* **9**, 43-50.
Mason, L. J., et Woodhouse, N. M. J. 1996. *Integrable Systems and Twistor Theory* (tentative). Oxford University Press, Oxford.
Newman, R. P. A. C. 1993. On the structure of conformal singularities in classical general relativity. *Proc. Roy. Soc. London* **A443**, 473-92 ; II, Evolution equations and a conjecture of K. P. Tod, ibid., 493-515.
Omnès, R. 1992. Consistent interpretations of quantum mechanics. *Rev. Mod. Phys.* **64**, 339-82.
Oppenheimer, J. R., et Snyder, H. 1939. On continued gravitational contraction. *Phys. Rev.* **56**, 455-59.
Pais, A. 1994, *Einstein Lived Here*. Oxford University Press, Oxford.
Penrose, R. 1965. Gravitational collapse and space-time singularities. *Phys. Rev. Lett.* **14**, 57-59.
Penrose, R. 1973. Naked singularities. *Ann. N.Y. Acad. Sci.* **224**, 125-134.
Penrose, R. 1976. Non-Linear gravitons and curved twistor theory. *Gen. Rev. Grav.* **7**, 31-52.
Penrose, R. 1978. Singularities of space-time. In *Theoretical Principles in Astrophysics and Relativity*, éd. N. R. Liebowitz, W. H. Reid, et P. O. Vandervoort. University of Chicago Press, Chicago.
Penrose, R. 1979. Singularities and time-asymmetry. In *General Relativity : An Einstein Centenary*, éd. S. W. Hawking et W. Israel. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
Penrose, R. 1982. Quasi-local mass and angular momentum in general relativity. *Proc. Roy. Soc. London* **A381**, 53-63.
Penrose, R. 1986. On the origins of twistor theory. In *Gravitation and Geometry* (I. Robinson Festschrift), éd. W. Rindler et A. Trautman. Bibliopolis, Naples.
Penrose, R. 1992. Twistors as spin 3/2 charges. In *Gravitation and Modern*

Cosmology (P.G. Bergmann's 75th Birthday volume), éd. A. Zichichi, N. de Sabbata, et N. Sánchez. Plenum Press, New York.
Penrose, R. 1993. Gravity and quantum mechanics. In *General Relativity and Gravitation* 1992. Proceedings of the Thirteenth International Conference on General Relativity and Gravitation held at Cordoba, Argentina, 28 June-4 July 1992. Part 1, Plenary Lectures, éd. R. J. Gleiser, C. N. Kozameh, et O. M. Moreschi. Institute of Physics Publication, Bristol et Philadelphie.
Penrose, R. 1994. *Shadows of the Mind : An Approach to the Missing Science of Consciousness*. Oxford University Press, Oxford.
Penrose, R., et Rindler, W. 1984. *Spinors and Space-Time*, vol. 1 : *Two-Spinor Calculus and Relativistic Fields*. Cambridge University Press, Cambridge.
Penrose, R., et Rindler, W. 1986. *Spinors and Space-Time*, vol. 2 : *Spinor and Twistor Methods in Space-Time Geometry*. Cambridge University Press, Cambridge.
Rindler, W. 1977. *Essential Relativity*. Springer-Verlag, New York.
Robinson, D. C. 1975. Uniqueness of the Kerr black hole. *Phys. Rev. Lett.* **34**, 905-906.
Seifert, H.-J. 1971. The causal boundary of space-times. *J. Gen. Rel. and Grav.* **1**, 247-259.
Tod, K. P. 1990. Penrose's quasi-local mass. In *Twistors in Mathematics and Physics*, éd. T. N. Bailey and R. J. Baston. LMS Lecture Notes Series 156. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
Ward, R. S. 1977. On self-dual gauge fields. *Phys. Lett.* **61A**, 81-82.
Ward, R. S. 1983. Stationary and axi-symmetric spacetimes. *Gen. Rel. Grav.* **15**, 105-9.
Woodhouse, H. M. J., et Mason, L. J. 1988. The Geroch group and non-Hausdorff twistor spaces. *Nonlinearity* **1**, 73-114.

GLOSSAIRE

ACTION

Produit d'une énergie par un temps, ou d'une impulsion par une longueur. L'action, grandeur physique introduite dans le cadre de la mécanique classique, joue un rôle crucial en mécanique quantique. Elle sert tout d'abord à délimiter le domaine quantique : dès lors que l'action caractéristique d'un système devient de l'ordre du « quantum d'action » h, la théorie quantique devient nécessaire ; on ne peut plus se contenter de l'approximation classique. L'action joue également un rôle essentiel dans la formulation développée par Feynman de la mécanique quantique : elle apparaît alors dans ce que l'on appelle une intégrale de chemin, définissant le comportement d'un objet quantique.

APPROXIMATION DU POINT-SELLE

Méthode permettant le calcul de certaines intégrales lorsque la fonction à intégrer présente des extrema.

CENSURE COSMIQUE

Principe selon lequel les singularités se produisent en des endroits qui restent cachés à des observateurs extérieurs. Il revient au même de dire qu'il n'existe pas de singularités nues, c'est-à-dire sans horizon des événements.

CHAT DE SCHRÖDINGER

Expérience de pensée imaginée par Schrödinger, d'après une idée initiale d'Einstein, mettant en évidence les difficultés conceptuelles liées à la réduction de la fonction d'onde lors d'une opération de mesure. Un chat est enfermé dans une boîte qui contient également un atome radioactif, lequel a une chance sur deux de se désintégrer. Si la désintégration a lieu, un mécanisme libère un poison qui tue le chat. L'observateur, ouvrant la boîte, voit soit un chat mort soit un chat vivant avec des probabilités égales à 1/2 chacune. La « mesure » que constitue l'ouverture de la boîte a projeté l'état du chat sur l'un des deux états « vivant » ou « mort » ; mais avant cette « mesure », l'état du chat était une superposition des états « vivant » et « mort »...

CÔNE DE LUMIÈRE, voir Genre espace, genre temps.

CONSTANTE COSMOLOGIQUE
Terme ajouté par Einstein en 1917 à ses équations. Ce terme se traduit par une répulsion à de très grandes distances et serait nécessaire dans un univers statique pour compenser l'attraction gravitationnelle.

CORDES (THÉORIE DES)
Le modèle des cordes fut inventé en 1969-1970 pour expliquer la physique d'une famille de particules, les hadrons (protons, neutrons, pions, etc.) en leur conférant une structure interne en termes de « quarks » reliés par des « cordes ». Ce modèle dut être abandonné. Mais, de façon inattendue, il a pu être réinterprété comme une théorie décrivant toutes les interactions entre particules élémentaires, y compris la gravitation quantique.

COURBURE DE WEYL, voir tenseur de Weyl.

ÉCHELLE DE PLANCK
En combinant de façon appropriée la constante de la gravitation G, la vitesse de la lumière c et la constante de Planck, h, caractéristique de la théorie quantique, on obtient des grandeurs ayant les dimensions d'une longueur, d'une énergie (ou, de façon équivalente, d'une masse) et d'un temps. La longueur de Planck vaut 10^{-35}m, l'énergie 10^{19} GeV, le temps 10^{-44} s. À ces ordres de grandeur les effets quantiques doivent être pris en compte dans l'interaction gravitationnelle (gravité quantique) et les concepts usuels d'espace, de temps et de matière ne sont plus valables.

EFFET TUNNEL
Vu de l'intérieur, un trou noir est entouré par une barrière d'énergie insurmontable. Mais il existe en mécanique quantique un processus, conséquence des relations dites d'incertitude de Heisenberg, permettant que la densité de probabilité d'un objet quantique au-delà de la barrière soit non nulle. On a ainsi un moyen d'expliquer l'évaporation d'un trou noir.

ESPACE
– DE DE SITTER : espace-temps plat, solution des équations d'Einstein en présence d'une constante cosmologique. L'espace de de Sitter représente un monde statique, mais sans matière.
– DE MINKOWSKI : espace à quatre dimensions (trois d'espace et une de temps) où la théorie de la relativité restreinte prend une forme géométriquement simple ; en particulier, les changements de référentiels apparaissent comme de simples rotations et à ce titre conservent les distances (ce qui revient à affirmer la constance de la vitesse de la lumière dans les divers référentiels).

EXPÉRIENCE DU TYPE EPR
En 1935, Einstein, Podolsky et Rosen (EPR) publient un article d'où il résulte, quand on poursuit le raisonnement à l'extrême, que deux systèmes ayant interagi dans le passé mais séparés au moment de l'expérience par des distances qui peuvent être aussi grandes que l'on veut, ne sont pas indépendants : le résultat d'une mesure effectuée sur l'un affecte le résultat d'une mesure effectuée sur l'autre. De nombreuses expériences destinées à tester cette « non-séparabilité » ont été imaginées, et réalisées, depuis.

GENRE ESPACE, GENRE TEMPS
Dans la représentation habituelle de l'espace-temps, les trajets empruntés par la lumière à partir d'un point donné (un événement) sont distribués sur une surface conique (à quatre dimensions) ayant l'axe du temps comme axe de symétrie (le cône de lumière). Dans la mesure où aucun signal physique ne peut parcourir pendant un intervalle de temps donné une distance plus grande que celle parcourue par la lumière, tous les signaux ayant pour origine le sommet du cône sont nécessairement confinés dans le volume à l'intérieur du cône de lumière. L'intervalle qui joint le sommet à un point quelconque de ce volume est dit du genre temps. Un intervalle du genre espace joint le sommet du cône de lumière à un point situé à l'extérieur du cône de lumière. Les deux extrémités d'un tel intervalle ne sont pas causalement reliées puisqu'elles ne peuvent échanger aucun signal physique.

GENRE LUMIÈRE
Se dit d'un intervalle (entre deux événements, c'est-à-dire deux points de l'espace-temps) ou d'une surface. Dans la métrique de Minkowski, un intervalle du genre lumière est un intervalle de mesure nulle (en anglais on parle d'« *intervalle nul* »), correspondant au trajet emprunté par la lumière. Une surface du genre lumière est engendrée par des trajets de la lumière dans l'espace-temps. La surface du genre lumière entourant un trou noir, appelée horizon des événements, est (pour un trou électriquement neutre et ne tournant pas sur lui-même) de forme sphérique.

GÉODÉSIQUE
Chemin le plus direct reliant deux points de l'espace-temps. En l'absence de masse ou d'énergie, l'espace-temps est plat et les géodésiques sont des droites. Dans le cas général ce sont des courbes – tout comme le plus court chemin entre deux points à la surface de la Terre, par exemple.

HORIZON DES ÉVÉNEMENTS
Se dit de la surface du genre lumière entourant un trou noir. Rien de ce qui tombe au travers de cette surface ne peut ressortir du trou qui est noir pour cette raison. Voir Trou noir.

INFLATION
Modification du modèle du big bang selon laquelle nous vivons dans un domaine particulier de l'univers ayant connu entre 10^{-35} et 10^{-30}

seconde une expansion exponentielle qui l'aurait conduit vers un type voisin de l'univers plat.

INVARIANCES T, P, C, PT, CT, CP, CPT
P désigne l'opération changement de signes des coordonnées d'espace; *T* est le renversement dans le temps et *C*, la conjugaison de charge, c'est-à-dire la transformation d'une particule en son anti-particule. La théorie quantique, et plus généralement toutes les théories physiques actuelles, sont invariantes par le produit (*CPT*) de ces trois opérations. La violation séparée de *P* a été démontrée expérimentalement à la fin des années 50 et celle de *CP* (et donc de *T*) dans les années 60.

LIGNE D'UNIVERS
Trajectoire d'espace-temps associée à une particule et retraçant son histoire; celles des particules matérielles se situent à l'intérieur du cône de lumière de chaque point de la trajectoire; les lignes d'univers des photons sont sur le cône de lumière et l'engendrent.

MATRICE DENSITÉ, voir Mélange statistique d'états.

MÉLANGE STATISTIQUE D'ÉTATS
Pour un système macroscopique on ne connaît pas tous les paramètres qui déterminent l'état quantique du système. Cet état ne peut pas être représenté par une fonction d'onde (état pur) comme lorsqu'on a affaire à un système microscopique car on n'a sur lui qu'une information probabiliste. On est amené à généraliser la notion d'état quantique : on décrit l'état du système comme un mélange statistique d'états purs où chaque état pur est affecté de la probabilité qu'a le système d'être dans cet état. Formellement, un tel mélange peut être caractérisé par une « matrice densité » construite à partir des états purs et des probabilités.

MÉTRIQUE
Expression de la distance invariante entre deux points d'un espace.
– CONFORME : métrique qui ne diffère d'une métrique minkowskienne que par un facteur scalaire global.
– DE FOND : en théorie quantique des champs, solution classique à partir de laquelle on effectue des fluctuations quantiques.
– EUCLIDIENNE : la distance entre deux points $(x_1, y_1, z_1$ et $x_2, y_2, z_2)$ est définie comme une somme de carrés (théorème de Pythagore) : $(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2$. Cette métrique est dite « définie positive ».
– MINKOWSKIENNE : la distance entre deux points ou événements $(t_1, x_1, y_1, z_1$ et $t_2, x_2, y_2, z_2)$ est définie par $c^2(t_2-t_1)^2-(x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2-(z_2-z_1)^2$.

PULSAR
Étoile à neutrons en rotation rapide émettant des ondes électromagnétiques reçues sous forme d'impulsions étonnamment régulières.

RÉDUCTION DE LA FONCTION D'ONDE
Encore appelé « effondrement de la fonction d'onde ». L'état d'un système quantique est de façon générale une superposition d'états particuliers, les états propres d'une grandeur physique (états de base). Lors de la mesure de cette grandeur, l'état du système est « projeté » sur l'un de ces états de base, sans qu'il soit possible de prédire lequel, autrement qu'en assignant à chaque résultat de mesure associé à un état de base une probabilité d'apparition. En sorte que s'il est vrai qu'une mesure donne bien un résultat unique, une autre mesure, répétée dans des conditions identiques, est susceptible de donner un autre résultat. Ce processus de projection (ou effondrement) est brutal et n'est régi par aucune équation d'évolution.

SINGULARITÉ
En vertu de la théorie de la relativité générale, il existe des régions de l'espace-temps où la courbure devient infinie. Au chapitre I, Hawking donne une version plus affinée de cette définition. Les trous noirs, par exemple, doivent comporter des singularités situées à l'intérieur de leur horizon des événements.

TENSEUR DE RICCI ET TENSEUR DE WEYL
La courbure de l'espace-temps représentant la gravitation en relativité générale a deux composantes : une qui est localement déterminée par la matière, le tenseur de Ricci, et l'autre qui existe même hors de la matière, le tenseur de Weyl.

TROU
– NOIR : de façon simple, corps condensé dont le champ de gravitation est si grand qu'il empêche la matière et la lumière de s'en échapper ; des objets peuvent tomber dans un trou noir, ils ne peuvent en sortir. En physique classique, non relativiste, un corps ne peut se soustraire à l'attraction d'un corps sphérique de masse M et de rayon R que si sa vitesse initiale est supérieure à ce qu'on appelle sa vitesse de libération $v = (2GM/R)^{1/2}$, où G est la constante de gravitation. La taille d'un trou noir est obtenue comme la taille critique d'un astre en dessous de laquelle la vitesse de libération à sa surface est égale à la vitesse de la lumière c ; c'est aussi le rayon (rayon de Schwarzschild) en dessous duquel il n'est plus possible, même en relativité générale, de calculer le champ gravitationnel de l'astre sphérique en question. Ce rayon a pour expression $R_S = 2GM/c^2$, soit encore en considérant (ce que font Hawking et Penrose) que les constantes fondamentales G et c sont égales à 1, $R_S = 2M$. Pour le Soleil il vaut 3 km ; il est de 1 cm pour la Terre. C'est dire qu'un trou noir est en général un corps de densité très élevée. Dans les années 30, Chandrasekhar et Landau ont montré qu'il existe une masse limite au-dessus de laquelle un astre froid ne peut plus rester en équilibre et s'effondre sous son propre poids (effondrement gravitationnel). Il est alors possible que l'étoile prenne un rayon inférieur à son rayon de Schwarzschild, devenant invisible (modèle d'Oppenheimer et Snyder). En relativité générale, la capture de la lumière et de la matière par une étoile en effondrement est visua-

lisée (*fig. 3.1, chapitre III*) par une déviation des cônes de lumière telle qu'au-delà d'une certaine surface (l'horizon des événements) toutes les directions de propagation permises (à l'intérieur des cônes de lumière) sont dirigées vers l'intérieur de cette surface. Les trous noirs n'ont pas encore été observés, même si l'on pense en général aujourd'hui que les trous noirs sont liés aux sources X binaires, aux quasars et aux pulsars.

– BLANC : inverse d'un trou noir. Région dont les objets pourraient sortir mais où ils ne pourraient pas tomber.

INDEX

Aharonov, 114
Ashtekar, nouvelles variables d', 167

Bekenstein, 64, 76
Bell, John, 116
Bergmann, 114
big bang, 59, 67, 71-72, 74-76, 77, 139-140, 154, 159, 173
- big bang chaud, modèle du, 138-139
big crunch, 67, 74, 76, 159
Bohr, Niels, 37, 193
bord
- métriques compactes sans, 127
- proposition « pas de bord » (PPB), 128, 135, 142-143, 146, 151, 154, 158-159, 180-181, 187, 189-190, 195

Carter, Brandon, 70, 81, 84
- Carter-Penrose, diagramme de, 84-85, 87-88, 109-110, 136, 187, 190-191
Cauchy, Augustin
- développement de, 55-58
- horizon de, 56
- surface de, 46-47, 72
censure cosmique, 59-60, 67, 69-74, 80, 125, 154
- censure cosmique faible, 60-61, 72
- censure cosmique forte, 72, 74
champs
- théorie conforme des, 169
- théorie quantique des, 93, 107-108, 158-159, 169
cohomologie, 168-169
cordes, théorie des, 40-42, 146, 169, 174-175, 180, 193-194
CPT (Conversion de la charge, Invariance par renversement du temps, Parité), 149, 152, 158-159, 180-181, 184, 192

décohérence, 118, 148, 194-195
Diósi, 119

effondrement, 109
- étoiles en, 81
EFI (Ensemble Futur Indécomposable), 71-72
EFIP (Ensemble Futur Indécomposable Propre), 71
EFIT (Ensemble Futur Indécomposable Terminal), 71-72, 74
Einstein, Albert, 37, 50, 65, 67-68, 70, 82, 92, 132, 150, 168, 170-172, 193
- Lagrangien d'Einstein et Hilbert, 95
énergie
- condition d'énergie faible, 50
- condition d'énergie forte, 51-52
EPI (Ensemble Passé Indécomposable), 70-72, 74
EPIP (Ensemble Passé Indécomposable Propre), 71

EPIT (Ensemble Passé Indécomposable Terminal), 71-72, 74
EPR (Einstein, Podolsky, Rosen), expérience du type, 115, 172
Ernst, solution d', 99, 102
états quantiques, mélange statistique d', 104
euclidiennes, métriques asymptotiquement, 125, 127
Euler, nombre d', 94, 96-97, 137
expansion, 144-145, 149, 152, 195
- taux d', 138-139, 144, 147
- taux critique d', 140, 142

fentes, problème des deux, 111, 177
Feynman, Richard, 39, 169
- diagramme de, 108
Flechter, 170
fond, métrique de, 92
Friedmann, 76, 132

Gell Mann, Murray, 114
Geroch, 70, 72
Ghirardi, 119
Gibbons, 73
Grassi, 119
gravitation
- champ de, 121
- théorie de, 193
graviton non linéaire, construction du, 170-171, 174
Griffiths, 114

Hartle, Jim, 87, 114, 127-128, 158
Hawking-Penrose, théorème de, 80, 84
Heisenberg, Werner, principe d'incertitude de, 83, 120
Hilbert, David
- action de, 92
- espace de, 111, 115
- lagrangien d'Einstein et Hilbert, 95
Hodges, Andrew, procédures de régularisation de, 169, 174
horizon
- cosmologique, 144-145, 154
- des événements, 61-64, 67-69, 80-82, 84-86, 88, 137-138, 148, 154
Horowitz, Gary, 73, 103, 193
Hubble, constante de, 195
Huggett, 161
Hughston-Josza-Wooters, théorème de, 116, 192
Hulse-Taylor, pulsar binaire de, 107
hyperbolicité, 46-47, 72

incidence, relation d', 164-165
inflation, 139-140, 195
information, perte d', 79, 82-83, 97, 104, 109-111, 116, 121, 182-183, 187, 193
Israel, 70, 81

Jeans, instabilité de, 158

Kerr, John, 81
- espace-temps de, 70
- métrique de, 70
Kronheimer, 70

Laflamme, Raymond, 152
Leggett, expérience de, 195
Lemaître, Georges, 76
Levi-Civita, Tullio, symboles de, 165
Liebowitz, 114
Liouville, théorème de, 110-111
Lorentz, Hendrik Antoon
- diagramme de, 101
- espace de, 100
- groupe de, 162, 173
- période lorentzienne, 102
- solution lorentzienne, 101-102, 152, 159, 178, 180, 187, 189

Majorana, Ettore, 161
masse quasi locale, 170
mesure, problème de la, 189
Minkowski, Hermann, espace de, 45, 54, 84, 97-98, 104, 132, 161, 164, 178-179, 186
Moebius, transformation de (ou groupe de), 162, 173
moments, équation de contrainte sur les, 130

Newman, R.P.A.C., 75
- Newman-Penrose, équation de (ou de Raychaudhuri), 49-50
Newton, Isaac, 121, 193

Omnès, Roland, 114
onde
- effondrement de la fonction d' (processus ou procédure R), 112-114, 180, 183, 187, 190, 194
- fonction d', 129-133, 135, 141, 143-147, 181, 189, 193
Oppenheimer-Snyder, nuage de poussière en voie d'effondrement de, 67-68, 70

Page, Don, 152, 184
paire, création d'une, 97-102, 104, 133
Pais, Abraham, 193
Pauli-Lubanski, vecteur de spin de, 166
Penrose, Roger, diagramme de, 84
phases, perte d'espace des, 182-183, 187, 190
Planck, Max, échelle de (longueur, unités ou température de), 40, 86, 92, 97, 101, 104, 119, 131, 134, 142, 145-147
poils, absence de, 81-83, 182
point-selle, méthode du, 131, 179-180, 189, 191
points idéaux, 70
processus R (v. onde, effondrement de la fonction d')

Raychaudhuri, équation de (ou de Newman-Penrose), 49-50
réduction objective, 118
Ricci, Gregorio, tenseur de, 75-76, 158, 171-172
Riemann, Bernhard
- sphère de, 160-164, 168, 173
- surface de, 169
- tenseur de, 75
Rimini, 119
Rindler, 161-162
Robertson, 76
Robinson, 70, 81-82
Ross, Simon, 103

Schrödinger, Erwin
- chat de, 117-119, 155, 157, 177-178, 185-186, 188, 192, 194
- équation de, 131, 143-144
Schwarzschild, Karl
- métrique de, 70, 87-88, 91, 96, 125, 136
- métrique euclidienne de, 88-89, 91-94, 96
Seifert, 70
Singer, Michael, 169
De Sitter, William, espace de, 132-134, 136-138, 141-142, 151-152
spin, 115, 161-162, 167-168, 174-175
- down, 161
- up, 161
spineur, 39, 165
supergravité, 40-41
superposition, principe de, 112
temps, flèche du, 38, 142, 148-150, 152, 154, 159, 181
tenseur
- anti-self-dual, 170-171
- self-dual, 170

Todd, 161, 170
trou(s) blanc(s), 74-76, 159, 181, 184, 187, 191-193
trou(s) noir(s), 38, 41-42, 61-62, 65, 67, 69-70, 74-76, 79-80, 82-85, 93, 97, 99-103, 109-111, 121, 124-125, 131, 152, 154, 159, 180-184, 189-193
- entropie des, 63-65, 70, 79, 86, 97, 104, 190, 194-195
- horizon des, 86, 102, 154
- rayonnement thermique du, 87
tunnel, effet, 98, 101, 135
twisteurs (twistors), 159-162, 165-166, 168-170, 172-175, 180
- espace des, 163-166, 168-169, 171-172
- espace projectif des, 164
- fonction d'onde des, 166-169

vides asymétriques stationnaires, 170

Walker, 76
Ward, 170
- construction de, 170
Weyl, Hermann
- courbure de (ou tenseur de), 75-

77, 110, 114, 150-151, 154, 158, 170, 172-173, 187, 189
- HCW (Hypothèse sur la Courbure de Weyl), 76, 157-158, 188
Wheeler-De Witt, équation de, 130, 143
Wick, rotation de, 178, 186-187
Woodhouse, 170
- Woodhouse-Mason, construction de, 170

Yang-Mills, champs de, 82, 97, 170, 178-179

Présentation *(Marc Lachièze-Rey)* 7
Préface *(Michael Atiyah)* 37

Chapitre I. La théorie classique *(S. W. Hawking)* 39
Chapitre II. Structure des singularités d'espace-temps *(R. Penrose)* 67
Chapitre III. Trous noirs quantiques *(S. W. Hawking)* 79
Chapitre IV. Théorie quantique et espace-temps *(R. Penrose)* 107
Chapitre V. La cosmologie quantique *(S. W. Hawking)* 123
Chapitre VI. L'espace-temps du point de vue des twistors *(R. Penrose)* 157
Chapitre VII. Le débat *(S. W. Hawking et R. Penrose)* 177

Bibliographie 199
Glossaire 203
Index 209

DES MÊMES AUTEURS
en langue française

Stephen Hawking

UNE BRÈVE HISTOIRE DU TEMPS, Paris, Flammarion, 1989, 1991 ; J'ai lu, 1992.

COMMENCEMENT DU TEMPS ET FIN DE LA PHYSIQUE ?, Paris, Flammarion, 1992, 1994.

QUI ÊTES-VOUS MISTER HAWKING ?, Paris, Odile Jacob, 1993.

TROUS NOIRS ET BÉBÉS UNIVERS, Paris, Odile Jacob, 1995, 2000.

Roger Penrose

L'ESPRIT, L'ORDINATEUR ET LES LOIS DE LA PHYSIQUE, Paris, InterÉditions, 1992.

LES OMBRES DE L'ESPRIT. À la recherche d'une science de la conscience, Paris, InterÉditions, 1995.

LES DEUX INFINIS ET L'ESPRIT HUMAIN, Paris, Flammarion, 1999, 2002.

DANS LA COLLECTION FOLIO / ESSAIS

285 Jean Prévost : *La création chez Stendhal.*
286 Carlos Castaneda : *Le second anneau de pouvoir.*
287 André Breton : *Les Vases communicants.*
288 Jean-Noël Schifano : *Désir d'Italie.*
289 Francis Bacon : *Entretiens avec Michel Archimbaud.*
290 Roger Caillois : *Babel* précédé de *Vocabulaire esthétique.*
291 C. G. Jung : *Un mythe moderne.*
292 Paul Valéry : *Tel quel.*
293 Jorge Luis Borges et Alicia Jurado : *Qu'est-ce que le bouddhisme ?*
294 Witold Gombrowicz : *Testament.*
295 Gaëtan Picon : *1863. Naissance de la peinture moderne.*
296 Thomas Pavel : *L'art de l'éloignement (Essai sur l'imagination classique).*
297 Stendhal : *Histoire de la peinture en Italie.*
298 André Malraux : *La politique, la culture.*
299 Gérard Mairet : *Le principe de souveraineté (Histoires et fondements du pouvoir moderne).*
300 André Malraux : *Le Musée Imaginaire.*
301 Jean-Marc Lévy-Leblond : *La pierre de touche (La science à l'épreuve...).*
302 Pierre Hadot : *Plotin ou la simplicité du regard.*
303 Marc Jimenez : *Qu'est-ce que l'esthétique ?*
304 Jean-Jacques Rousseau : *Discours sur les sciences et les arts.*
305 Albert Camus : *Actuelles (Écrits politiques).*
306 Miguel de Unamuno : *Le sentiment tragique de la vie.*
307 Benjamin Constant : *Écrits politiques.*
308 Platon : *Les Lois.*
309 Fernand Léger : *Fonctions de la peinture.*
310 Carlos Castaneda : *Le don de l'Aigle.*
311 Bertrand Vergely : *La souffrance.*
312 Régis Debray : *L'État séducteur.*

313 Édouard Glissant : *Le discours antillais.*
314 Françoise Dolto : *Sexualité féminine (La libido génitale et son destin féminin).*
315 Françoise Dolto : *Les étapes majeures de l'enfance.*
316 Simone Weil : *Réflexions sur les causes de la liberté et de l'oppression sociale.*
317 Bruno Bettelheim : *La Forteresse vide.*
318 Sigmund Freud : *La question de l'analyse profane.*
319 Raymond Aron : *Marxismes imaginaires (D'une sainte famille à l'autre).*
320 Antonin Artaud : *Messages révolutionnaires.*
322 Paul Klee : *Théorie de l'art moderne.*
323 Paul Valéry : *Degas Danse Dessin.*
324 Carlos Castaneda : *Le feu du dedans.*
325 Georges Bernanos : *Français, si vous saviez...*
326 Édouard Glissant : *Faulkner, Mississippi.*
327 Paul Valéry : *Variété I et II .*
328 Paul Bénichou : *Selon Mallarmé.*
329 Alain : *Entretiens au bord de la mer (Recherche de l'entendement).*
330 Sous la direction d'Henri-Charles Puech : *Histoire des religions I*.*
331 Sous la direction d'Henri-Charles Puech : *Histoire des religions I**.*
332 Sous la direction d'Henri-Charles Puech : *Histoire des religions II*.*
333 Sous la direction d'Henri-Charles Puech : *Histoire des religions II**.*
334 Sous la direction d'Henri-Charles Puech : *Histoire des religions III*.*
335 Sous la direction d'Henri-Charles Puech : *Histoire des religions III**.*
336 Didier Anzieu : *Beckett.*
337 Sous la direction de Brice Parain : *Histoire de la philosophie I, vol. 1.*
338 Sous la direction de Brice Parain : *Histoire de la philosophie I, vol. 2.*
339 Sous la direction d'Yvon Belaval : *Histoire de la philosophie II, vol. 1.*

340 Sous la direction d'Yvon Belaval : *Histoire de la philosophie II, vol. 2.*
341 Sous la direction d'Yvon Belaval : *Histoire de la philosophie III, vol. 1.*
342 Sous la direction d'Yvon Belaval : *Histoire de la philosophie III, vol. 2.*
343 Rémi Brague : *Europe, la voie romaine.*
344 Julien Offroy de La Mettrie : *L'Homme-Machine.*
345 Yves Bonnefoy : *Le nuage rouge.*
346 Carlos Castaneda : *La force du silence (Nouvelles leçons de don Juan).*
347 Platon : *Gorgias* suivi de *Ménon.*
348 Danilo Martuccelli : *Sociologies de la modernité (L'itinéraire du XX^e siècle).*
349 Robert Castel : *Les métamorphoses de la question sociale (Une chronique du salariat).*
350 Gabriel Marcel : *Essai de philosophie concrète.*
351 J.-B. Pontalis : *Perdre de vue.*
352 Patrick Chamoiseau, Raphaël Confiant : *Lettres créoles.*
353 Annie Cohen-Solal : *Sartre 1905-1980.*
354 Pierre Guenancia : *Lire Descartes.*
355 Julia Kristeva : *Le temps sensible (Proust et l'expérience littéraire).*
357 Claude Lefort : *Les formes de l'histoire (Essais d'anthropologie politique).*
358 Collectif : *Narcisses.*
359 Collectif : *Bisexualité et différence des sexes.*
360 Werner Heisenberg : *La nature dans la physique contemporaine.*
361 Gilles Lipovetsky : *Le crépuscule du devoir (L'éthique indolore des nouveaux temps démocratiques).*
362 Alain Besançon : *L'image interdite (Une histoire intellectuelle de l'iconoclasme).*
363 Wolfgang Köhler : *Psychologie de la forme (Introduction à de nouveaux concepts en psychologie).*
364 Maurice Merleau-Ponty : *Les aventures de la dialectique.*
365 Eugenio d'Ors : *Du Baroque.*

366 Trinh Xuan Thuan : *Le chaos et l'harmonie (La fabrication du Réel).*
367 Jean Sulivan : *Itinéraire spirituel.*
368 Françoise Dolto : *Les chemins de l'éducation.*
369 Collectif : *Un siècle de philosophie 1900-2000.*
370 Collectif : *Genre et politique (Débats et perspectives).*
371 Denys Riout : *Qu'est-ce que l'art moderne ?*
372 Walter Benjamin : *Œuvres I.*
373 Walter Benjamin : *Œuvres II.*
374 Walter Benjamin : *Œuvres III.*
375 Thomas Hobbes : *Léviathan (ou Matière, forme et puissance de l'État chrétien et civil).*
376 Martin Luther : *Du serf arbitre.*
377 Régis Debray : *Cours de médiologie générale.*
378 Collectif : *L'enfant.*
379 Schmuel Trigano : *Le récit de la disparue (Essai sur l'identité juive).*
380 Collectif : *Quelle philosophie pour le XXIe siècle ?*
381 Maurice Merleau-Ponty : *Signes.*
382 Collectif : *L'amour de la haine.*
383 Collectif : *L'espace du rêve.*
384 Ludwig Wittgenstein : *Grammaire philosophique.*
385 George Steiner : *Passions impunies.*
386 Sous la direction de Roland-Manuel : *Histoire de la musique I, vol. 1. Des origines à Jean-Sébastien Bach.*
387 Sous la direction de Roland-Manuel : *Histoire de la musique I, vol. 2. Des origines à Jean-Sébastien Bach.*
388 Sous la direction de Roland-Manuel : *Histoire de la musique II, vol. 1. Du XVIIIe siècle à nos jours.*
389 Sous la direction de Roland-Manuel : *Histoire de la musique II, vol. 2. Du XVIIIe siècle à nos jours.*
390 Geneviève Fraisse : *Les deux gouvernements : la famille et la Cité.*
392 J.-B. Pontalis : *Ce temps qui ne passe pas* suivi de *Le compartiment de chemin de fer.*
393 Françoise Dolto : *Solitude.*
394 Marcel Gauchet : *La religion dans la démocratie. Parcours de la laïcité.*

395 Theodor W. Adorno : *Sur Walter Benjamin.*
396 G. W. F. Hegel : *Phénoménologie de l'Esprit, I.*
397 G. W. F. Hegel : *Phénoménologie de l'Esprit, II.*
398 D. W. Winnicott : *Jeu et réalité.*
399 André Breton : *Le surréalisme et la peinture.*
400 Albert Camus : *Chroniques algériennes 1939-1958 (Actuelles III).*
401 Jean-Claude Milner : *Constats.*
402 Collectif : *Le mal.*
403 Schmuel Trigano : *La nouvelle question juive (L'avenir d'un espoir).*
404 Paul Valéry : *Variété III, IV et V.*
405 Daniel Andler, Anne Fagot-Largeault et Bertrand Saint-Sernin : *Philosophie des sciences, I.*
406 Daniel Andler, Anne Fagot-Largeault et Bertrand Saint-Sernin : *Philosophie des sciences, II.*
407 Danilo Martuccelli : *Grammaires de l'individu.*
408 Sous la direction de Pierre Wagner : *Les philosophes et la science.*
409 Simone Weil : *La Condition ouvrière.*
410 Colette Guillaumin : *L'idéologie raciste (Genèse et langage actuel).*
411 Jean-Claude Lavie : *L'amour est un crime parfait.*
412 Françoise Dolto : *Tout est langage.*
413 Maurice Blanchot : *Une voix venue d'ailleurs.*
414 Pascal Boyer : *Et l'homme créa les dieux (Comment expliquer la religion).*
415 Simone de Beauvoir : *Pour une morale de l'ambiguïté* suivi de *Pyrrhus et Cinéas.*
416 Shihâboddîn Yahya Sohravardî : *Le livre de la sagesse orientale (Kitâb Hikmat al-Ishrâq).*
417 Daniel Arasse : *On n'y voit rien (Descriptions).*
418 Walter Benjamin : *Écrits français.*
419 Sous la direction de Cécile Dogniez et Marguerite Harl : *Le Pentateuque (La Bible d'Alexandrie).*
420 Harold Searles : *L'effort pour rendre l'autre fou.*

Ouvrage reproduit
par procédé photomécanique.
Impression Bussière Camedan Imprimeries
à Saint-Amand (Cher), le 7 octobre 2003.
Dépôt légal : octobre 2003.
Numéro d'imprimeur : 032456/1.
ISBN 2-07-042927-X./Imprimé en France.

Stephen Hawking
Roger Penrose

La nature de l'espace et du temps

Traduit de l'anglais par Françoise Balibar
Présentation par Marc Lachièze-Rey

Einstein aimait à répéter que le plus incompréhensible dans l'univers est bien qu'il soit compréhensible. La chose est-elle si sûre ?
La théorie quantique des champs et la théorie de la relativité générale d'Einstein sont à l'heure actuelle les deux théories les mieux vérifiées en physique : pourra-t-on les unifier en une théorie quantique de la gravité ? Celle-ci expliquerait toutes les singularités – les premières secondes de l'univers comme la physique de ces objets énigmatiques que sont les trous noirs. Notre intelligence de l'univers ferait alors un pas de géant. Mais quantique et cosmos peuvent-ils même être combinés ?
Sur les questions cruciales de l'espace et du temps, qui manifestent les insuffisances des théories, deux des plus célèbres physiciens – Stephen Hawking et Roger Penrose – s'opposent dans un débat sans concession.
En écho aux fameux débats qui opposèrent Bohr et Einstein sur les bizarres implications de la théorie quantique, cet ouvrage à deux voix donne à ses lecteurs l'occasion unique d'assister, aux premières loges, à l'élaboration, par la physique du XXIe siècle des grandes réponses aux énigmes sur lesquelles vient encore buter notre compréhension du cosmos.

László Moholy-Nagy, *CHB III, 1938-1940* © ADAGP, 2003.
Whitney Museum of American Art, New York.

9 782070 429271

folio essais

ISBN 2-07-042927-X A 42927 catégorie F5